

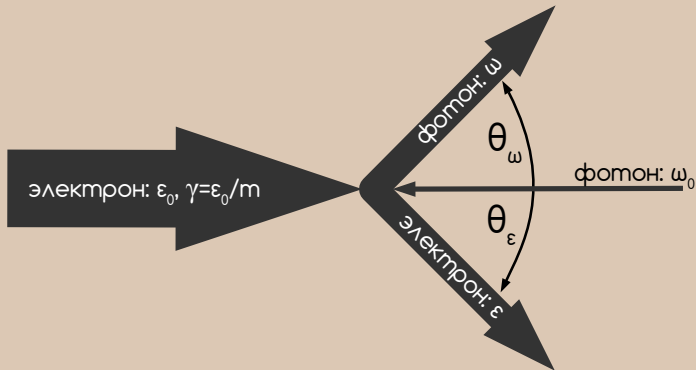
# Комптоновский поляриметр на рассеянных электронах

Николай Мучной

ИЯФ имени Г. И. Будкера, Новосибирск,

20 марта 2015 г.

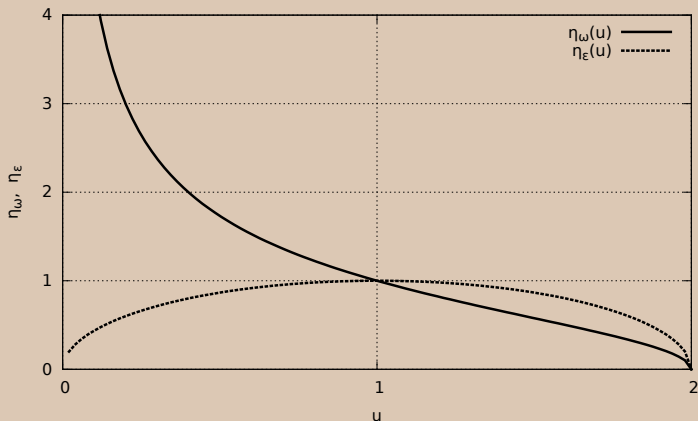
# Кинематика обратного Комптон-эффекта



$$u = \frac{\theta_\varepsilon}{\theta_\omega} = \frac{\omega}{\varepsilon} = \frac{\omega}{\varepsilon_0 - \omega} = \frac{\varepsilon_0 - \varepsilon}{\varepsilon}; \quad u \in [0, \kappa], \quad \text{где } \kappa = \frac{4\omega_0\varepsilon_0}{m^2}.$$

$$\eta_\omega \equiv \gamma\theta_\omega = \sqrt{\frac{\kappa}{u} - 1}; \quad \eta_\varepsilon \equiv \gamma\theta_\varepsilon = u\sqrt{\frac{\kappa}{u} - 1}.$$

# Кинематика обратного Комpton-эффекта



$$\text{Для } u = \frac{\kappa}{2}: \left[ \eta_\omega = 1; \eta_\epsilon = \frac{\kappa}{2} \right], \quad \text{т. о. } \max(\theta_\epsilon) = \frac{2\omega_0}{m}.$$

( $\kappa = 2$  когда, например,  $\omega_0 = 2.33$  эВ и  $\epsilon_0 = 56$  ГэВ)

# Сечение обратного Комpton-эффекта

$$d\sigma = \left\{ \frac{1}{\kappa(1+u)^2} \left( 2 + \frac{u^2}{1+u} + 4 \frac{u}{\kappa} \left[ \frac{u}{\kappa} - 1 \right] \left[ 1 - \xi_{\perp} \cos(2(\varphi - \varphi_{\perp})) \right] \right) + \xi_{\circ} \left( \zeta_{\parallel} \frac{u(u+2)(\kappa-2u)}{\kappa^2(1+u)^3} - \zeta_{\perp} \frac{2u^2 \sqrt{\kappa/u - 1}}{\kappa^2(1+u)^3} \sin \varphi \right) \right\} r_e^2 d\varphi du,$$

Модифицированные параметры Стокса:

$\xi_{\perp}$  и  $\varphi_{\perp}$  – степень и направление линейной поляризации света,

$\xi_{\circ}$  – циркулярная поляризация света,

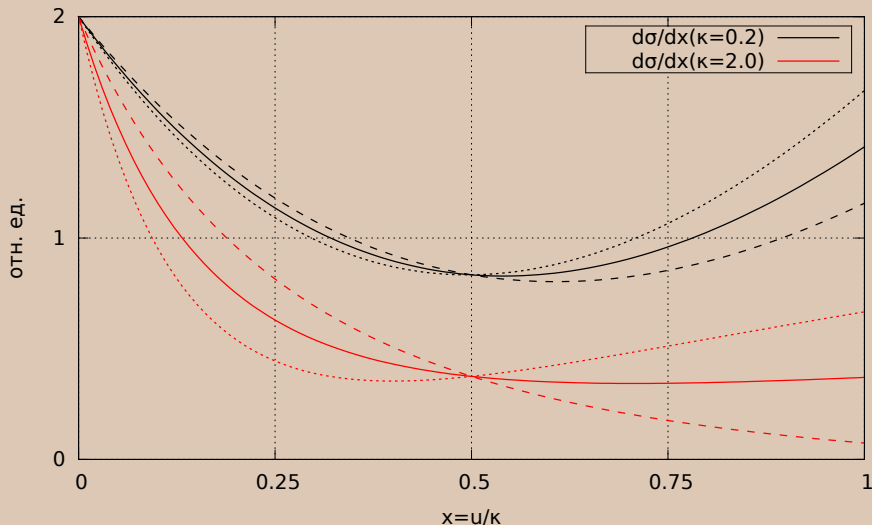
$\zeta_{\parallel}$  – продольная поляризация электронов,

$\zeta_{\perp}$  – поперечная вертикальная поляризация электронов.

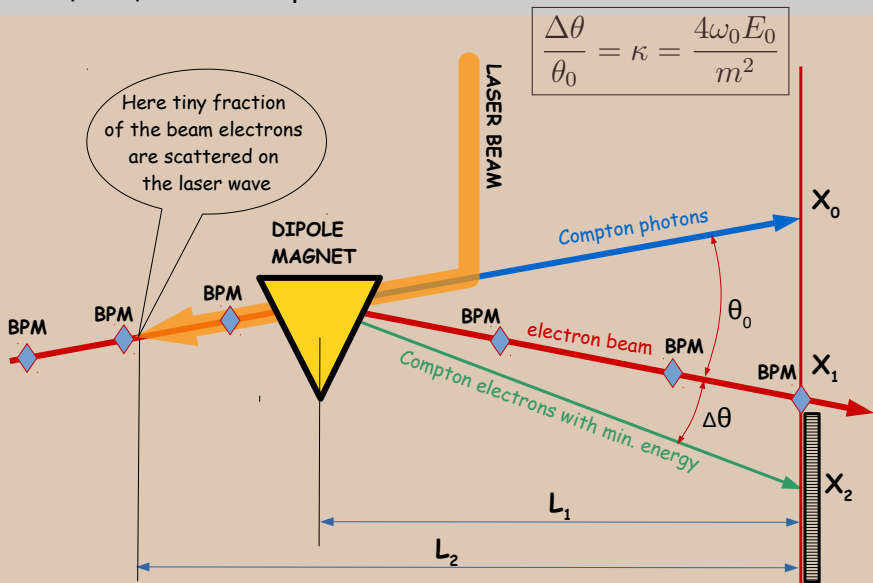
Лазерное излучение:  $\sqrt{\xi_{\perp}^2 + \xi_{\circ}^2} = 1$ ,  $\xi_{\perp} \in [0, 1]$ ,  $\xi_{\circ} \in [-1, 1]$ .

Электронный пучок:  $\sqrt{\zeta_{\perp}^2 + \zeta_{\parallel}^2} < 1$ ,  $\zeta_{\perp} \in [-1, 1]$ ,  $\zeta_{\parallel} \in [-1, 1]$ .

# Сечение обратного Комpton-эффекта



# Концепция измерений



# Комптоновские поляриметры

ВЭПП-2, ВЭПП-4, LEP, HERA, SLC ... ILC, FCC, ВЭПП-4М ...

Исторически в комптоновских поляриметрах чаще детектировались рассеянные  $\gamma$ -кванты: проще вывести из ускорителя, возможна калориметрия.

При больших энергиях пучка угол расходимости  $\gamma$ -пучка падает, плотность растет, мешает СИ: вариант с регистрацией рассеянных электронов кажется более предпочтительным.

---

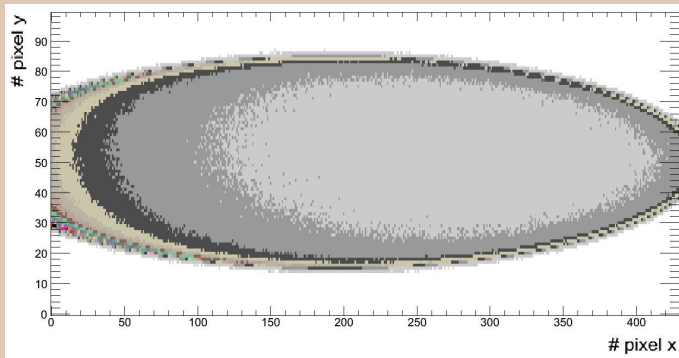
Максимальный угол рассеяния электрона не зависит от его начальной энергии:  $\max(\theta_\epsilon) = 2\omega_0/m$ . Для  $\omega_0 = 2.33$  эВ получим  $\max(\theta_\epsilon) \simeq 10$  мкрад. Чтобы “не мешал” вертикальный угловой разброс пучка нужно иметь  $\sigma'_y = \sqrt{\epsilon_y/\beta_y} \ll \max(\theta_\epsilon)$ .  
Например:  $\epsilon_y = 100$  пм и  $\beta_y = 100$  м дает  $\sigma'_y = 1$  мкрад.

# ILC note: LC-M-2012-001 (цитата)

## A Transverse Polarimeter for a Linear Collider of 250 GeV e Beam Energy

*Itai Ben Mordechai and Gideon Alexander*

“For the detection of the scattered electrons we consider only a position measurement using a Silicon pixel detector placed at a distance of 37.95 m from the Compton IP. The active dimension of the detector is  $2 \times 200 \text{ mm}^2$ . The size of the pixels cell taken is  $50 \times 400 \mu\text{m}^2$  similar to the one used in the ATLAS detector [9]. This scheme yields an approximate two dimensional resolution of  $14.4 \times 115.5 \mu\text{m}^2$  [10] with a data read-out rate of 160 Mb/sec.”



# Углы рассеянного электрона после магнита

Выразим энергию рассеянного электрона через параметр  $u$ :  
 $\varepsilon = \varepsilon_0/(1 + u)$ , угол его поворота в магните составит:

$$\theta_s = \frac{A}{\varepsilon} = \frac{A}{\gamma m}(1 + u); \quad \eta_s \equiv \gamma \theta_s = \eta_0 + u\eta_0,$$

где  $A$  – “сила” магнита,  $\gamma = \varepsilon_0/m$ ,  $\eta_0 = A/m$ .

---

Введем параметры  $\eta_x, \eta_y$ :

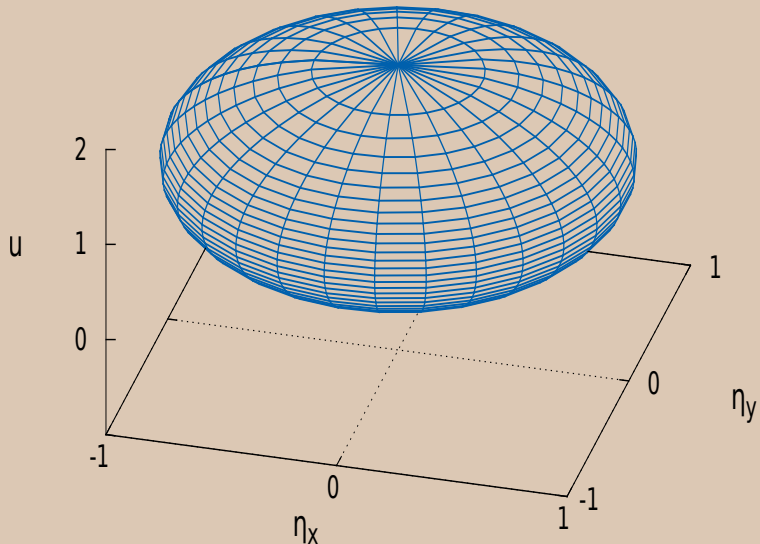
$$\begin{cases} \eta_x \equiv \eta_s - \eta_0 = u\eta_0 + u\sqrt{\kappa/u - 1} \cos \varphi \\ \eta_y = u\sqrt{\kappa/u - 1} \sin \varphi \end{cases}$$

и получим квадратное уравнение на  $u$ :

$$(\eta_x - u\eta_0)^2 + \eta_y^2 = u(\kappa - u).$$

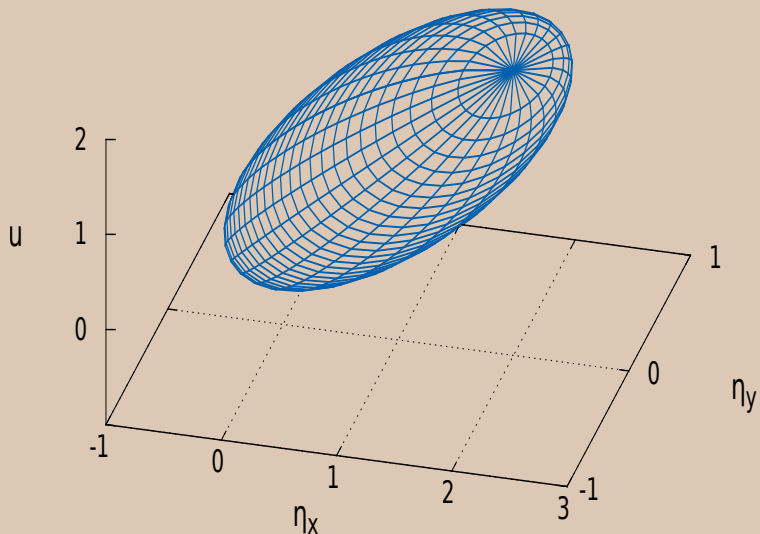
# Поверхность рассеяния

$$\kappa=2, \eta_0=0$$



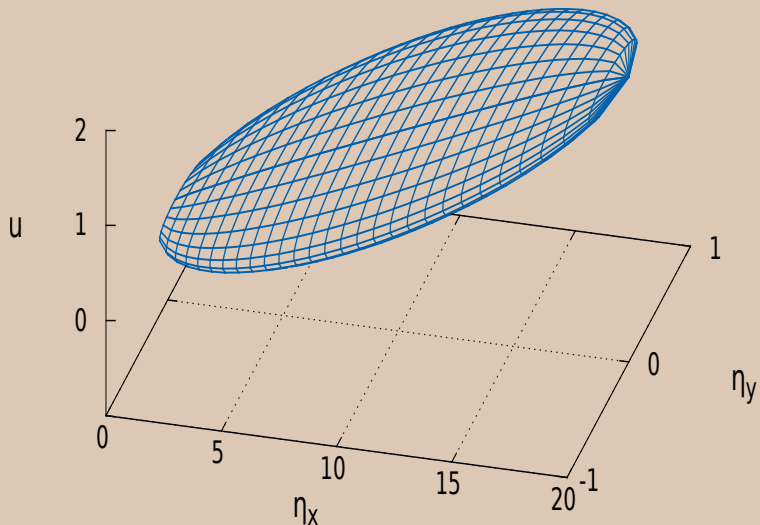
# Поверхность рассеяния

$$\kappa=2, \eta_0=1$$



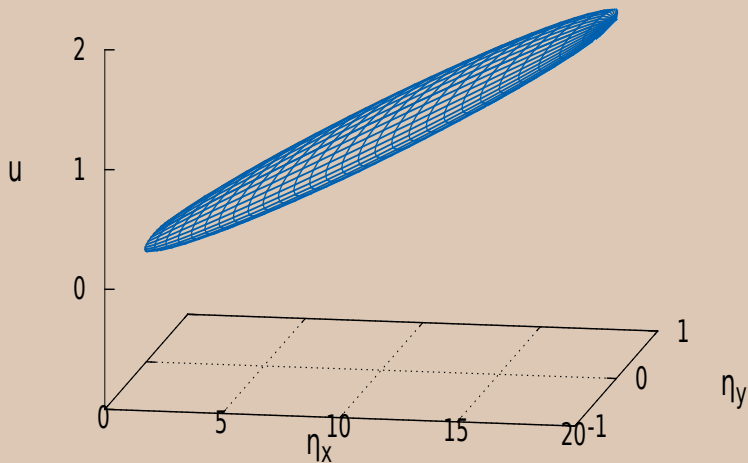
# Поверхность рассеяния

$$\kappa=2, \eta_0=10$$



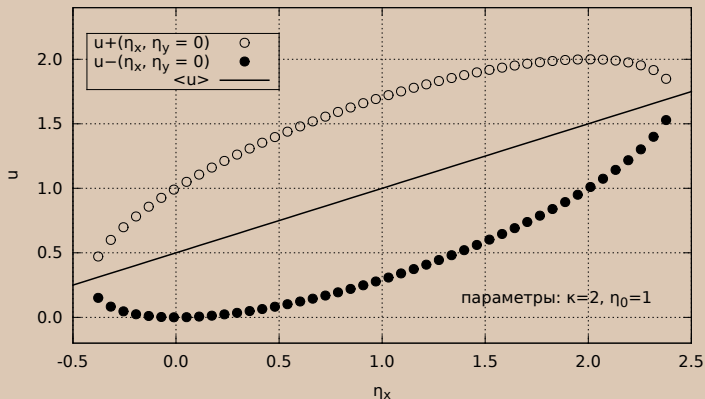
# Поверхность рассеяния

$$\kappa=2, \eta_0=10$$



# Решаем уравнение

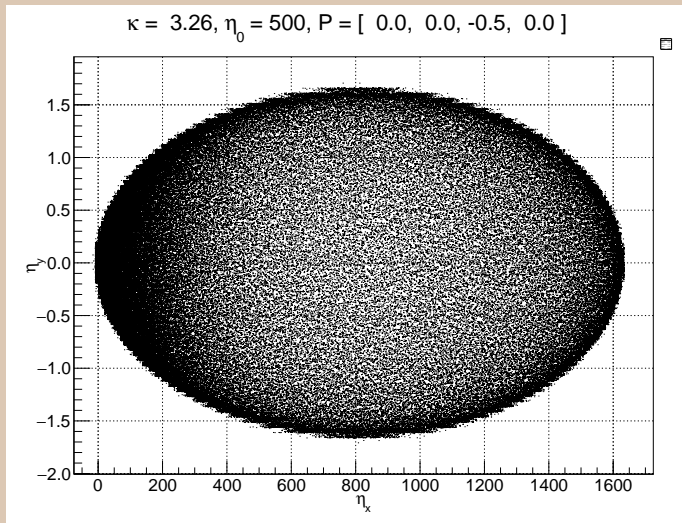
$$u = \frac{\kappa/2 + \eta_0 \eta_x \pm 2J}{1 + \eta_0^2}, \quad \text{где } J = \sqrt{\kappa^2/4 - \eta_x^2 - \eta_y^2(1 + \eta_0^2) + \kappa \eta_0 \eta_x}$$



$$\langle u \rangle = \frac{\kappa/2 + \eta_0 \eta_x}{1 + \eta_0^2} \xrightarrow{\eta_0 \gg 1} \frac{\eta_x}{\eta_0}$$

И ещё:  $d\varphi du = d\eta_x d\eta_y / J$

# Кинематический эллипс в плоскости $\eta_x, \eta_y$



Размеры эллипса [рад]:  $O_y = \frac{4\omega_0}{m}, O_x = \frac{4\omega_0}{m} \sqrt{1 + (\gamma\theta_0)^2}$

Сечение:  $(u, \varphi) \rightarrow (\eta_x, \eta_y)$

$$\begin{aligned}
 d\sigma &= \left\{ \frac{1}{\kappa(1+u)^2} \left( 2 + \frac{u^2}{1+u} + 4 \frac{u}{\kappa} \left[ \frac{u}{\kappa} - 1 \right] \left[ 1 - \xi_{\perp} \cos(2(\varphi - \varphi_{\perp})) \right] \right) + \right. \\
 &\quad \left. + \xi_{\circ} \left( \zeta_{\parallel} \frac{u(u+2)(\kappa-2u)}{\kappa^2(1+u)^3} - \zeta_{\perp} \frac{2u^2 \sqrt{\kappa/u - 1}}{\kappa^2(1+u)^3} \sin \varphi \right) \right\} r_e^2 d\varphi du = \\
 &= \left\{ \frac{1}{\kappa(1+u)^2} \left( 2 + \frac{u^2}{1+u} + 4 \frac{u}{\kappa} \left[ \frac{u}{\kappa} - 1 \right] \left[ 1 - \xi_{\perp} \left( 1 - \frac{2\eta_y^2 \cos^2 \varphi_{\perp}}{u(\kappa - u)} \right) \right] \right) + \right. \\
 &\quad \left. + \xi_{\circ} \left( \zeta_{\parallel} \frac{u(u+2)(\kappa-2u)}{\kappa^2(1+u)^3} - \zeta_{\perp} \frac{2u\eta_y}{\kappa^2(1+u)^3} \right) \right\} \frac{r_e^2 d\eta_x d\eta_y}{J(\eta_x, \eta_y)} \times 2.
 \end{aligned}$$

Сечение:  $(\eta_x, \eta_y) \rightarrow (r, \phi)$

$$d\sigma = \frac{\Sigma(\eta_x, \eta_y) d\eta_x d\eta_y}{\sqrt{\kappa^2/4 - \eta_x^2 - \eta_y^2(1 + \eta_0^2) + \kappa\eta_0\eta_x}}$$

Эллипс  $\rightarrow$  окружность:  $(x = \frac{\eta_x - \kappa\eta_0/2}{\sqrt{1 + \eta_0^2}}; y = \eta_y)$ , тогда:

$$J(x, y) = \sqrt{(1 + \eta_0^2)(\kappa^2/4 - x^2 - y^2)} = \sqrt{(1 + \eta_0^2)(\kappa^2/4 - r^2)},$$

$$d\eta_x d\eta_y = \sqrt{1 + \eta_0^2} dx dy = \sqrt{1 + \eta_0^2} r dr d\phi,$$

$$\langle u \rangle = \frac{\kappa}{2} + \frac{x\eta_0}{\sqrt{1 + \eta_0^2}} = \frac{\kappa}{2} + \frac{r \cos \phi \cdot \eta_0}{\sqrt{1 + \eta_0^2}}.$$

Итого: 
$$d\sigma = \frac{\Sigma(r, \phi) r dr d\phi}{\sqrt{\kappa^2/4 - r^2}}$$

Учет эмиттанса:  $f(\eta_x, \eta_y) =$

$$= \int_0^R \frac{r dr}{\sqrt{R^2 - r^2}} \int_0^{2\pi} \Sigma(r, \phi) \exp \left[ -\frac{(r \cos \phi - \eta_x^*)^2}{2\sigma_x^{*2}} - \frac{(r \sin \phi - \eta_y)^2}{2\sigma_y^2} \right] d\phi,$$

где  $R = \kappa/2$ ,  $\eta_x^* = (\eta_x - \kappa\eta_0/2)/\sqrt{1 + \eta_0^2}$ ,  $\sigma_x^* = \sigma_x/\sqrt{1 + \eta_0^2}$ .

---

Разобьем интервал  $[0 : R]$  на  $N$  одинаковых отрезков:

$$r_{i,B} = R \cdot i/N \equiv RB_i, \quad r_{i,E} = R(i+1)/N \equiv RE_i.$$

$$\int_{r_{i,B}}^{r_{i,E}} \frac{r dr}{\sqrt{R^2 - r^2}} = R \mathcal{I}_i; \quad \int_{r_{i,B}}^{r_{i,E}} \frac{r^2 dr}{\sqrt{R^2 - r^2}} = R^2 \mathcal{J}_i$$

Средневзвешенный радиус  $i$ -го кольца:  $\bar{r}_i = R \cdot \mathcal{J}_i/\mathcal{I}_i$ .

От интеграла к сумме:  $f(\eta_x, \eta_y) =$

$$= R \sum_{i=0}^{N-1} \mathcal{I}_i \Delta\phi_i \sum_{j=0}^{\lfloor 2\pi(i+1) \rfloor} \Sigma_{ij} \exp \left[ -\frac{(Rx_{ij} - \eta_x^*)^2}{2\sigma_x^{*2}} - \frac{(Ry_{ij} - \eta_y)^2}{2\sigma_y^2} \right],$$

где

$$\Delta\phi_i = \frac{2\pi}{\lfloor 2\pi(i+1) \rfloor}$$

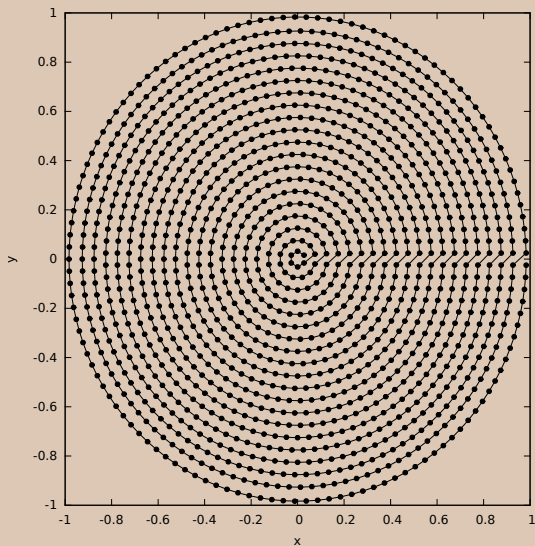
$$x_{ij} = \frac{\mathcal{J}_i}{\mathcal{I}_i} \cdot \frac{\sin((j+1)\Delta\phi_i) - \sin(j\Delta\phi_i)}{\Delta\phi_i}$$

$$y_{ij} = \frac{\mathcal{J}_i}{\mathcal{I}_i} \cdot \frac{\cos(j\Delta\phi_i) - \cos((j+1)\Delta\phi_i)}{\Delta\phi_i}$$

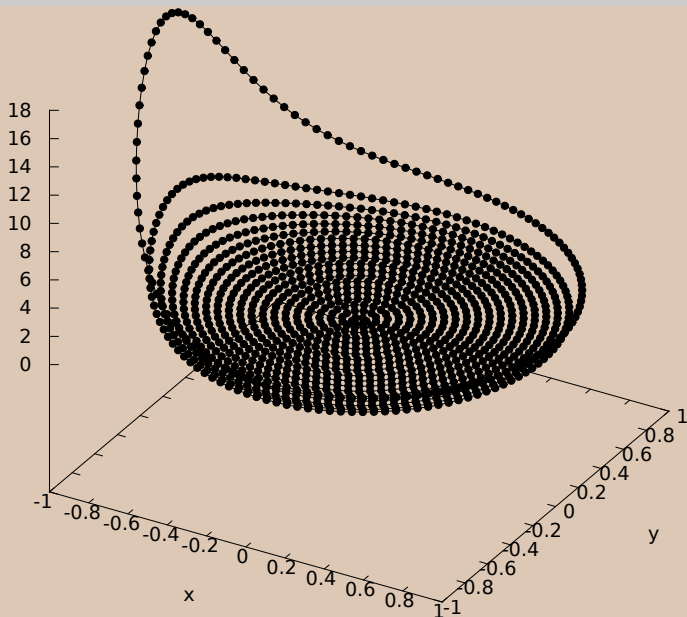
$$u_{ij} = R(1 + x_{ij}) \in [0 : 2R]$$

$$\Sigma_{ij} = \frac{(1 + x_{ij}^2)(1 + u_{ij}) + u_{ij}^2}{\kappa(1 + u_{ij})^3} - P_{\parallel} \frac{x_{ij}u_{ij}(2 + u_{ij})}{\kappa(1 + u_{ij})^3} - P_{\perp} \frac{y_{ij}(1 + x_{ij})}{2(1 + u_{ij})^3}$$

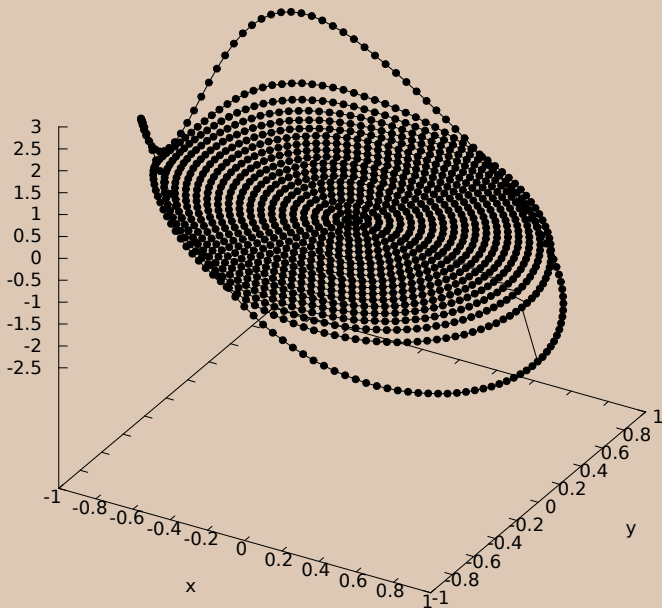
# $x_{ij}$ VS $y_{ij}$



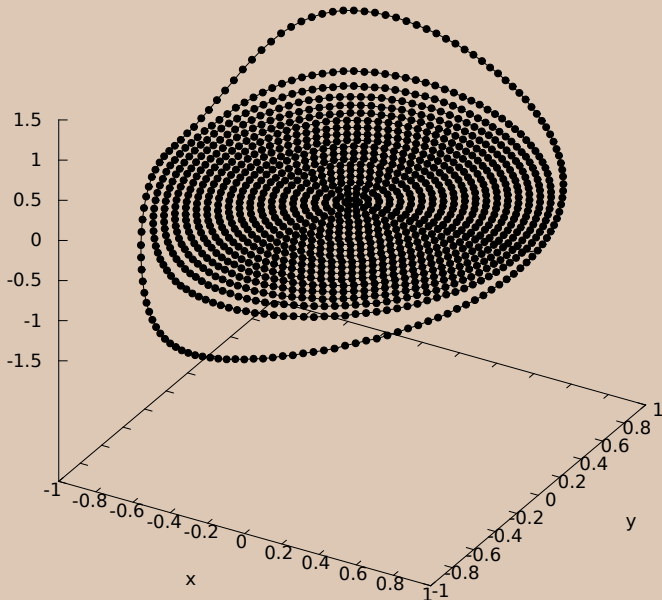
# Неполяризованное сечение



# Продольная поляризация 100%



# Поперечная поляризация 100%



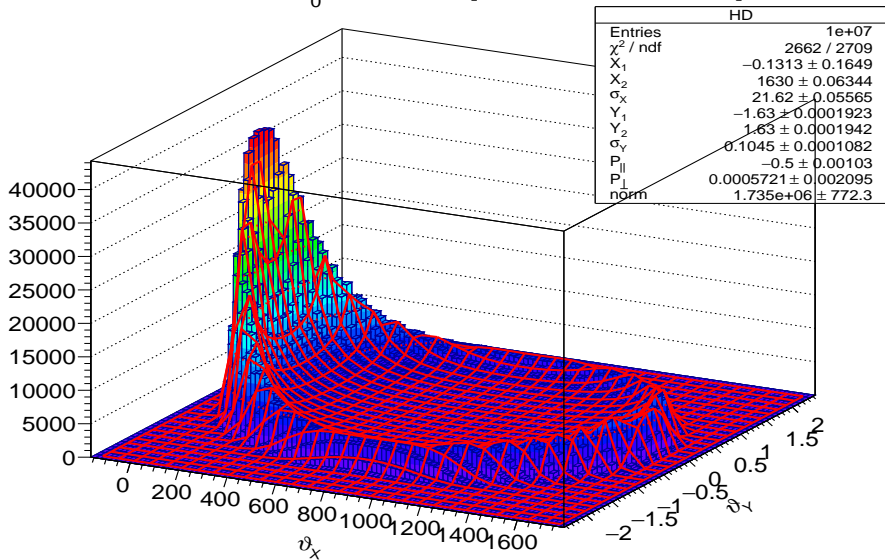
# Функция для подгонки пространственного распределения рассеянных электронов

$$f(X, Y) = I \cdot \sum_{i,j} \frac{\mathcal{I}_i \Delta \varphi_i \Sigma_{ij}(P_{\parallel}, P_{\perp})}{2\pi \sigma_X \sigma_Y} \times$$
$$\times \exp \left[ -\frac{\left( \frac{X_2 - X_1}{2} \bar{x}_{ij} + \frac{X_1 + X_2}{2} - X \right)^2}{2\sigma_X^2} \right] \times$$
$$\times \exp \left[ -\frac{\left( \frac{Y_2 - Y_1}{2} \bar{y}_{ij} + \frac{Y_1 + Y_2}{2} - Y \right)^2}{2\sigma_Y^2} \right].$$

Параметры подгонки:  $X_1, X_2, \sigma_X, Y_1, Y_2, \sigma_Y, P_{\parallel}, P_{\perp}, I$  (9 шт.)

# Продольная поляризация

$$\kappa = 3.26, \vartheta_0 = 500, P = [0.0, 0.0, -0.5, 0.0]$$



# Продольная поляризация

Диапазон подгонки по  $X$  – от 200

PARAMETER CORRELATION COEFFICIENTS

NO.	GLOBAL	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0.63806	1.000	-0.311	0.114	-0.332	0.339	-0.009	-0.360	0.018	-0.465
2	0.61959	-0.311	1.000	-0.541	0.269	-0.282	0.123	0.219	-0.013	0.145
3	0.57955	0.114	-0.541	1.000	-0.193	0.188	-0.262	-0.112	0.004	-0.052
4	0.57920	-0.332	0.269	-0.193	1.000	-0.468	0.418	0.146	0.010	0.144
5	0.60208	0.339	-0.282	0.188	-0.468	1.000	-0.443	-0.146	0.024	-0.166
6	0.57481	-0.009	0.123	-0.262	0.418	-0.443	1.000	0.013	-0.005	0.022
7	0.38479	-0.360	0.219	-0.112	0.146	-0.146	0.013	1.000	-0.003	0.231
8	0.03962	0.018	-0.013	0.004	0.010	0.024	-0.005	-0.003	1.000	-0.003
9	0.47128	-0.465	0.145	-0.052	0.144	-0.166	0.022	0.231	-0.003	1.000

FCN=2662.5 FROM MIGRAD STATUS=CONVERGED 257 CALLS 258 TOTAL

EDM=3.93455e-08 STRATEGY= 1 ERROR MATRIX UNCERTAINTY 0.8 per cent

EXT PARAMETER

PARABOLIC

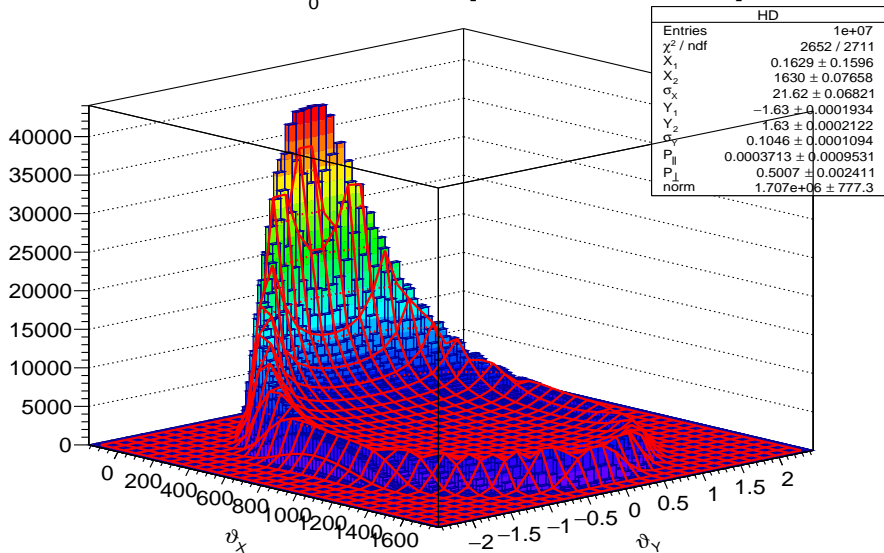
MINOS ERRORS

NO.	NAME	VALUE	ERROR	NEGATIVE	POSITIVE
1	X_{1}	-1.31308e-01	1.64882e-01		
2	X_{2}	1.62998e+03	6.34381e-02		
3	#sigma_{X}	2.16201e+01	5.56481e-02		
4	Y_{1}	-1.62981e+00	1.92272e-04		
5	Y_{2}	1.62973e+00	1.94174e-04		
6	#sigma_{Y}	1.04485e-01	1.08179e-04		
7	P_{#paral}	-5.00034e-01	1.02951e-03		
8	P_{#perp}	5.72060e-04	2.09542e-03		
9	norm	1.73486e+06	7.72345e+02		

2DFit : Real Time = 140.38 seconds Cpu Time = 156.49 seconds

# Поперечная поляризация

$$\kappa = 3.26, \vartheta_0 = 500, P = [0.0, 0.0, 0.0, 0.5]$$



# Поперечная поляризация

Диапазон подгонки по  $X$  – от 200

## PARAMETER CORRELATION COEFFICIENTS

NO.	GLOBAL	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0.69373	1.000	-0.318	0.138	-0.415	0.375	-0.015	-0.320	0.013	-0.537
2	0.62430	-0.318	1.000	-0.556	0.270	-0.250	0.125	0.232	-0.003	0.154
3	0.59633	0.138	-0.556	1.000	-0.185	0.189	-0.274	-0.145	0.012	-0.071
4	0.62861	-0.415	0.270	-0.185	1.000	-0.432	0.432	0.174	0.095	0.206
5	0.58723	0.375	-0.250	0.189	-0.432	1.000	-0.397	-0.137	0.153	-0.210
6	0.58308	-0.015	0.125	-0.274	0.432	-0.397	1.000	0.022	-0.008	0.017
7	0.36220	-0.320	0.232	-0.145	0.174	-0.137	0.022	1.000	0.011	0.243
8	0.23947	0.013	-0.003	0.012	0.095	0.153	-0.008	0.011	1.000	0.022
9	0.54496	-0.537	0.154	-0.071	0.206	-0.210	0.017	0.243	0.022	1.000

FCN=2651.75 FROM MIGRAD STATUS=CONVERGED 258 CALLS 259 TOTAL

EDM=4.09631e-07 STRATEGY= 1 ERROR MATRIX UNCERTAINTY 0.4 per cent

EXT	PARAMETER	PARABOLIC	MINOS ERRORS		
NO.	NAME	VALUE	ERROR	NEGATIVE	POSITIVE
1	X_{1}	1.62941e-01	1.59586e-01		
2	X_{2}	1.63002e+03	7.65815e-02		
3	#sigma_{X}	2.16220e+01	6.82096e-02		
4	Y_{1}	-1.62982e+00	1.93423e-04		
5	Y_{2}	1.63003e+00	2.12161e-04		
6	#sigma_{Y}	1.04595e-01	1.09394e-04		
7	P_{#paral}	3.71312e-04	9.53123e-04		
8	P_{#perp}	5.00724e-01	2.41133e-03		
9	norm	1.70728e+06	7.77293e+02		

2DFit : Real Time = 131.11 seconds Cpu Time = 158.11 seconds

# Результаты

- Проведен анализ свойств рассеянных электронов (РЭ).
- Рассмотрены возможности использования свойств РЭ для диагностики пучка.
- Разработан алгоритм быстрого вычисления функции для подгонки 2D распределения РЭ.
- Точность измерения продольной/поперечной поляризации электронов – на уровне долей процента.
- Расстояние от электронного пучка до края спектра рассеянных электронов может быть измерено с относительной погрешностью  $\lesssim 10^{-4}$ .

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!