

Синхротронное излучение в поле встречного сгустка и его комптоновское рассеяние (на нем же) в месте встречи FCC-ee.

Николай Мучной*

23 июня 2017 г.

1 Спектр фотонов синхротронного излучения

Энергия, излученная электроном при повороте с радиусом ρ на угол θ определяется выражением:

$$U = \frac{2}{3} mc^2 \frac{r_e \theta}{\rho} \gamma^4, \quad (1)$$

где r_e и mc^2 – классический радиус и энергия покоя электрона, $\gamma = E/mc^2$. Критическая энергия фотонов синхротронного излучения и их энергетический спектр определяются выражениями [1]:

$$E_c = \frac{3 \hbar c}{2 \rho} \gamma^3, \quad (2)$$

$$\frac{dn}{dE_\gamma} = \frac{27}{8} \frac{U}{E_c^2} \left(\int_0^z \text{Ai}(x) dx - \frac{1}{3} - 2 \frac{\text{Ai}'(z)}{z} \right), \quad \text{где } z = \left(\frac{3E_\gamma}{2E_c} \right)^{2/3}, \quad (3)$$

$\text{Ai}(z)$ и $\text{Ai}'(z)$ – функция Эйри и ее производная. Среднее число излученных одним электроном фотонов СИ составляет $\langle n_\gamma \rangle = \frac{15\sqrt{3}}{8} (U/E_c)$.

При пролете ультрарелятивистского электрона через поле встречного сгустка усредненные радиусы и углы поворота электрона равны [2]:

$$\rho_x \simeq \rho_y \simeq \frac{\gamma \sigma_z \sigma_x}{N_p r_e}, \quad \text{где } N_p \text{ - число частиц во встречном банче,} \quad (4)$$

$$\theta_x \simeq \theta_y \simeq \frac{N_p r_e}{\gamma \sigma_x \sqrt{1 + \phi^2}}, \quad \phi \text{ - параметр Пивинского } \phi = \frac{\sigma_z}{\sigma_x} \text{tg} \Theta, \quad (5)$$

$\sigma_x \gg \sigma_y$ – поперечный горизонтальный размер сгустка, σ_z – продольный размер сгустка, Θ – угол встречи пучков (далее $\Theta = 0.015$).

Излученные в поле встречного сгустка фотоны предположительно могут рассеиваться на электронах (позитронах) встречного сгустка. Для оценки величины этого эффекта предлагается следующая последовательность действий:

1. Вычисляем спектр и интенсивность пучко-тормозного излучения одного электрона за одно столкновение пучков.
2. Умножаем получившийся спектр на зависимость полного сечения комптоновского рассеяния от энергии гамма кванта при фиксированной энергии частиц встречного пучка.
3. Умножаем результат на величину расчетной e^+e^- светимости, предполагая одинаковость геометрии области взаимодействия.

*muchnoi@inp.nsk.su

На основе приведенных выше формул запишем сводную таблицу основных параметров задачи:

Таблица 1: Сводная таблица параметров

Beam energy, E_0	[GeV]	45.6	80.0	120.0	175.0
Beam current	[mA]	1390	147	29	6
Bunches / ring		70760	7280	826	64
Particles / bunches		4.00e+10	4.10e+10	7.10e+10	2.04e+11
σ_x at I.P.	[m]	6.36e-06	1.67e-05	2.51e-05	3.66e-05
σ_z at I.P.	[m]	4.10e-03	2.30e-03	2.20e-03	2.90e-03
Piwinsky parameter		9.66	2.06	1.31	1.19
ρ_x, ρ_y	[m]	2.07e+01	5.22e+01	6.48e+01	6.32e+01
θ_x, θ_y	[rad]	2.04e-05	1.92e-05	2.05e-05	2.95e-05
U	[eV]	6.02e+04	2.13e+05	9.26e+05	6.16e+06
E_c	[eV]	1.02e+07	2.18e+07	5.91e+07	1.88e+08
$\langle n_\gamma \rangle$		0.019	0.032	0.051	0.106
Luminosity/IP	[cm ⁻² s ⁻¹]	1.37e+36	1.64e+35	4.60e+34	1.40e+34

Photon emission probability vs photon energy

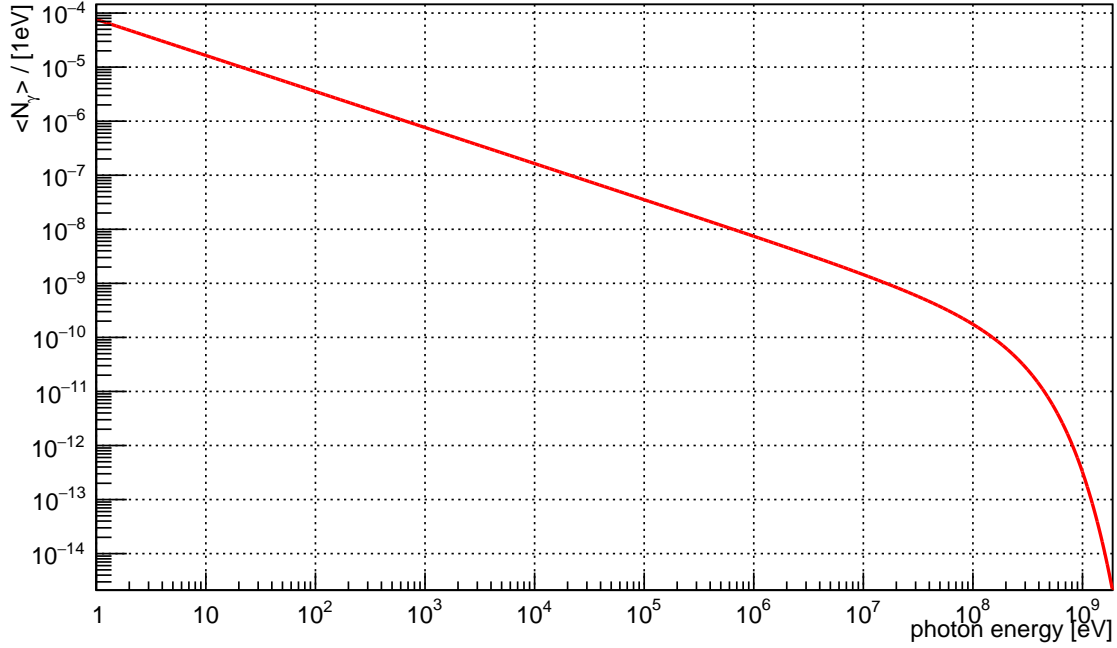


Рис. 1: Среднее число фотонов пучко-тормозного излучения одного электрона за одно столкновение. Параметры для расчета взяты из последнего столбца Таблицы 1.

2 Зависимость комптоновского сечения от энергии фотонов СИ

Сечение комптоновского рассеяния [3] зависит от параметра $\kappa = 4E_\gamma E_0 / (mc^2)^2$:

$$\sigma(\kappa) = \frac{2\pi r_e^2}{\kappa} \left(\left[1 - \frac{4}{\kappa} - \frac{8}{\kappa^2} \right] \log(1 + \kappa) + \frac{1}{2} \left[1 - \frac{1}{(1 + \kappa)^2} \right] + \frac{8}{\kappa} \right). \quad (6)$$

Результат представлен на Рис. 2. Вычислим эквивалентное сечение процесса, в котором электрон (по-

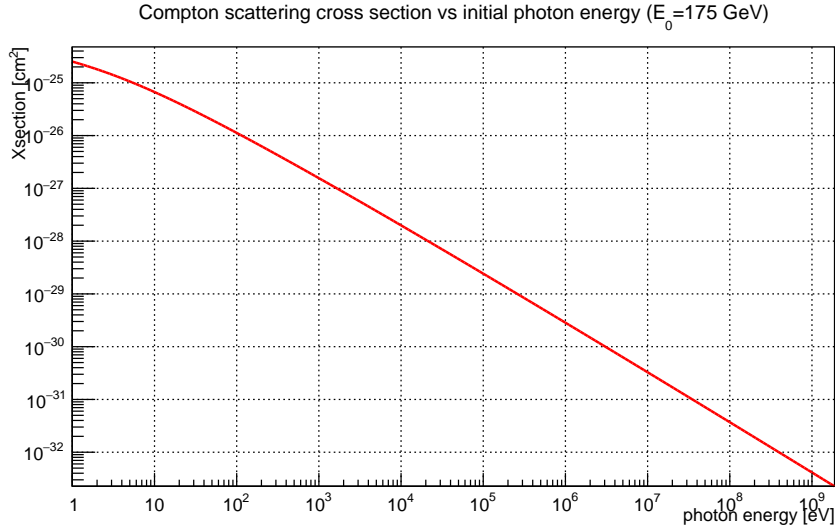


Рис. 2: Зависимость сечения рассеяния фотона на встречном электроне с энергией $E_0 = 175$ ГэВ от энергии фотона.

зитрон) излучает фотон в поле встречного сгустка, а затем этот фотон рассеивается на позитроне (электро-не) встречного банча. Такое “сечение” определяется произведением формул (3) и (6) и соответствующими параметрами из Таблицы 1. Изображено на Рис. 3.

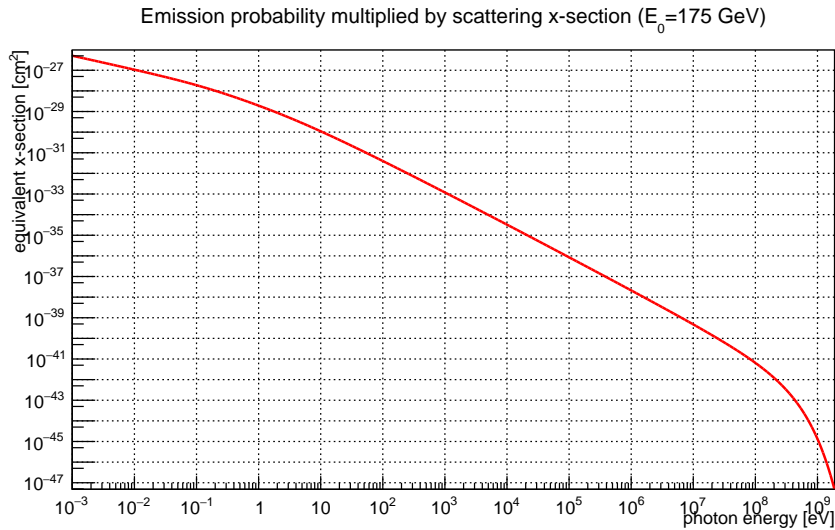


Рис. 3: Зависимость эквивалентного сечения рождения + рассеяния фотона на встречном электроне с энергией $E_0 = 175$ ГэВ от энергии фотона.

3 Оценка потока γ -излучения и потерь электронов из пучка

Осталось проинтегрировать и умножить полученное “сечение” на светимость. (Вполне вероятно, что надо будет еще поделить на два или около того...) В этом процессе электроны и позитроны излучают жесткий гамма квант и выбывают из пучка в ближайшем магните. Результаты приведены в Таблице 2:

Таблица 2: Сводная таблица результатов

Энергия пуска, E_0	[ГэВ]	45.6	80.0	120.0	175.0
Светимость/IP, L	[$\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$]	$1.37 \cdot 10^{36}$	$1.64 \cdot 10^{35}$	$4.6 \cdot 10^{34}$	$1.4 \cdot 10^{34}$
Кол-во банчей, N_b		70760	7280	826	64
Частиц в банче, N_e		$4.0 \cdot 10^{10}$	$4.1 \cdot 10^{10}$	$7.1 \cdot 10^{10}$	$2.0 \cdot 10^{11}$
“сечение”, σ^*	[$\times 10^{-28}\text{cm}^2$]	1.2	1.3	1.3	1.6
$L \cdot \sigma^*$	[1/c]	$1.6 \cdot 10^8$	$2.1 \cdot 10^7$	$6.0 \cdot 10^6$	$2.2 \cdot 10^6$
$L \cdot \sigma^*/N_b$	[1/c]	$2.3 \cdot 10^3$	$2.9 \cdot 10^3$	$7.2 \cdot 10^3$	$3.5 \cdot 10^4$
время жизни	[c]	$1.7 \cdot 10^7$	$1.4 \cdot 10^7$	$0.9 \cdot 10^7$	$0.6 \cdot 10^7$

Список литературы

- [1] A. Hofmann, *The Physics of Synchrotron Radiation*. Cambridge University Press, 2004.
- [2] A. Bogomyagkov, E. Levichev, and D. Shatilov, “Beam-beam effects investigation and parameters optimization for a circular e+e- collider at very high energies,” *Physical Review Special Topics - Accelerators and Beams*, vol. 17, no. 4, 2014.
- [3] V. Berestetskii, E. Lifshitz, and L. Pitaevskii, *Quantum Electrodynamics*. Course of theoretical physics, Butterworth-Heinemann, 1982.