

Результаты обработки данных системы измерения энергии пучка ВЭПП-2000. Версия 3.0.

Николай Мучной

10 июля 2012 г.

Аннотация

Проведен предварительный анализ данных с системы измерения энергии пучка методом обратного комптоновского рассеяния (ОКР или CBS далее в тексте) на ВЭПП-2000. В отличие от всех известных ранее подобных систем, область взаимодействия лазерного излучения с электронным пучком расположена внутри дипольного магнита. Такая конфигурация привела к обнаружению неожиданного эффекта: вблизи верхней кинематической границы процесса рассеяния в энергетическом спектре рассеянных фотонов явно наблюдаются осцилляции. Экспериментальные данные, рассмотренные ниже, получены 20 апреля 2012 года для различных энергий электронного пучка в диапазоне от 800 МэВ до 990 МэВ.

1 Природа наблюдаемого эффекта

При рассеянии фотона с энергией ω_0 на встречном ультрарелятивистском электроны с энергией E , энергия рассеянного фотона ω связана с полярным углом рассеяния θ соотношением:

$$\frac{1}{\omega(\theta)} = \frac{1 + \gamma^2 \theta^2}{4\omega_0 \gamma^2} + \frac{1}{E}, \quad (1)$$

где $\gamma = E/m_e$ – Лоренц-фактор электрона (до рассеяния). Угол θ отсчитывается от направления вектора импульса электрона, энергия рассеянного фотона максимальна при $\theta = 0$. В случае, когда $4\omega_0 \gamma^2 \ll E$, последний член в (1) мал, и при $\theta = 1/\gamma$ энергия рассеянного фотона составляет половину от максимально возможной. В соответствии с представленными ниже экспериментальными данными (см. Рис. 5, Рис. 6), осцилляции в энергетическом спектре рассеянных фотонов наблюдаются вблизи его верхней кинематической границы, т.е. при углах рассеяния $\theta \ll 1/\gamma$.

На Рис.1 представлена схема рассеяния лазерного излучения на электронном пучке ВЭПП-2000. Электрон

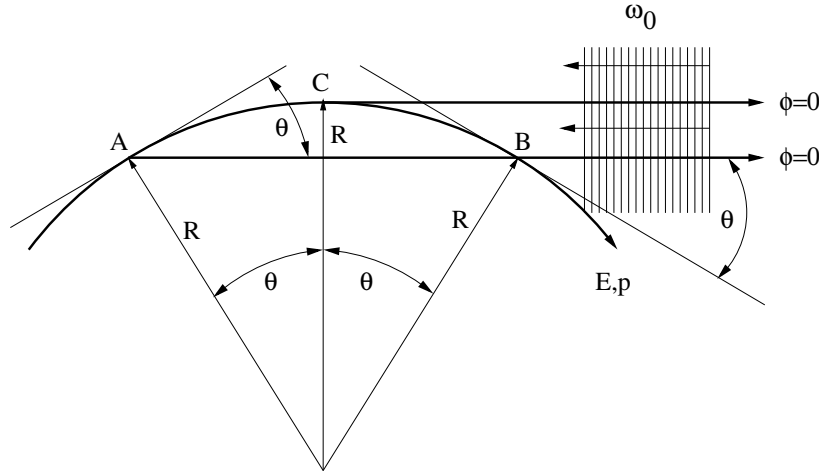


Рис. 1: Геометрия эксперимента

с энергией E движется по окружности радиусом $R \simeq 140$ см в дипольном магните ВЭПП-2000. Во встречном направлении, по касательной к орбите, распространяется монохроматическое лазерное излучение с энергией фотонов $\omega_0 = 0.117065223$ эВ ($\lambda = 10.5910352$ мкм). При расчетном поперечном размере лазерного луча ПШПВ $\simeq 1$ мм характерная геометрическая длина области перекрытия лазерного и электронного пучков составляет $\simeq 7$ см, соответственно угол поворота электрона на такой длине порядка $\simeq 50$ мрад. При энергии электрона 1000 МэВ угол $1/\gamma \simeq 5$ мрад, т. е. угол поворота орбиты, при котором электрон находится в поле лазерной волны, где-то на порядок больше характерного угла излучения релятивистского электрона.

Для начала, ограничимся рассмотрением плоской задачи. Найдем энергетический спектр рассеянных фотонов, распространяющихся в плоскости орбиты в направлении, определяемом касательной к орбите в некоторой точке C , так что горизонтальный угол рассеяния $\phi = 0$ в выбранной системе координат. Как следует из Рис.1 и только что описанной геометрии задачи, в этом направлении могут рассеяться фотоны с углами рассеяния θ от нуля до $\simeq 50$ мрад, т. е. практически весь энергетический спектр. При этом, из соображений симметрии, очевидно, что при переходе к произвольному углу ϕ в диапазоне ± 25 мрад ситуация с энергетическим спектром никак не изменится (по аналогии с синхротронным излучением). Следовательно, достаточно решить задачу о форме энергетического спектра рассеянных фотонов для $\phi = 0$.

Как видно из Рис.1, для $\phi = 0$ и угла излучения $\theta > 0$ на траектории электрона существуют две точки излучения – A и B . При этом из точки A в точку B излученная электроном электромагнитная волна движется по прямой, а сам электрон – по дуге. Соответственно, в точке B будет наблюдаться запаздывание электрона относительно фазы излученной им волны, чем, собственно, мы и попытаемся объяснить наблюдаемую интерференцию.

Дальше приходится быть предельно аккуратным в расчетах. Связь длины волны фотона с его энергией определяется выражением:

$$\lambda = K/\omega, \quad (2)$$

где конверсионная константа $K = 2\pi\hbar c = 1.239841875 \cdot 10^{-7}$ [кэВ·см]. Так, например, для фотона с характерной для нашего случая энергией $\omega=1000$ кэВ, длина волны составит $\lambda \simeq 1.24 \cdot 10^{-10}$ см. Как уже отмечалось выше, типичный угол рассеяния θ , при котором наблюдается интерференция, составляет доли от $1/\gamma$. Оценим, по порядку величины, длину траектории электрона между точками A и B . Пусть $R = 140$ см и $\gamma = 2 \cdot 10^3$, тогда $L \simeq 2R \cdot 0.1/\gamma = 1.4 \cdot 10^{-2}$ см, т.е. на 8 порядков больше, чем λ . Времена, за которые электрон и излученная им волна долетят из точки A в точку B , составят, соответственно:

$$\begin{aligned} t_e(\theta) &= \frac{2R\theta}{v} = \frac{2R\theta}{\beta c}, \\ t_\gamma(\theta) &= \frac{2R \sin(\theta)}{c}. \end{aligned} \quad (3)$$

Вычислим разность фаз отраженных (рассеянных) волн (фотонов) между точками A и B :

$$\Delta\Phi = 2\pi c \left(\frac{t_e}{\lambda} - \frac{2t_e}{\lambda_0} - \frac{t_\gamma}{\lambda} \right). \quad (4)$$

Здесь λ_0 – длина волны лазерного излучения, а соответствующий член в (4) определяет сдвиг фазы лазерного излучения (распространяющегося во встречном направлении, отсюда и двойка) за время движения электрона из точки A в точку B .

Для более общего описания картины интерференции рассмотрим также фотоны, рассеянные под произвольным вертикальным углом ψ к плоскости орбиты. Аналогично недавним рассуждениям, это достаточно сделать для случая $\phi = 0$. Результат довольно прост: вместо формул (3) нужно использовать:

$$\begin{aligned} t_e(\omega, \psi) &= 2R \cdot \frac{\sqrt{\theta(\omega)^2 - \psi^2}}{\beta c}, \\ t_\gamma(\omega, \psi) &= 2R \cdot \frac{\sin \sqrt{\theta(\omega)^2 - \psi^2}}{c} \cos \psi. \end{aligned} \quad (5)$$

где $|\psi| \leq \theta(\omega)$, а $\theta(\omega)$ выражается из (1):

$$\theta^2(\omega) = \frac{4\omega_0}{\omega} - \frac{4\omega_0}{E} - \frac{1}{\gamma^2}. \quad (6)$$

Собрав все вместе, получим:

$$\Delta\Phi(\omega, \psi) = 2\pi c \left(\frac{t_e(\omega, \psi)}{\lambda} - \frac{2t_e(\omega, \psi)}{\lambda_0} - \frac{t_\gamma(\omega, \psi)}{\lambda} \right). \quad (7)$$

Теперь мы можем записать искомый интерференционный член в распределении рассеянных фотонов в плоскости ω, ψ :

$$I(\omega, \psi) = 1 + \cos(\Delta\Phi(\omega, \psi)) \quad (8)$$

Смысл выражения (8) состоит в простом качественном описании наблюдаемого явления, в котором не учитывается зависимость амплитуды от угла рассеяния θ , равно как и вопросы, связанные со степенью когерентности источников A и B , и др.

2 Излучение релятивистского электрона

Для количественного описания эффекта были проведены расчеты излучения релятивистского электрона, движущегося в поперечном постоянном магнитном поле и поле встречной монохроматической электромагнитной волны [1]. Приведем основные результаты из [1] в том виде, в котором они будут использоваться в дальнейшем для работы с экспериментальными данными. Поток рассеянных фотонов с энергией ω в единицу телесного угла $d\Omega$ описывается выражением:

$$\frac{d\dot{N}_\gamma}{d\Omega d\omega} \propto \omega^{1/3} Ai^2(u), \quad (9)$$

где

$$u = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{E\omega}{K_u B} \right)^{2/3} \left(\frac{m_e^2}{E^2} + \psi^2 + \frac{4\omega_0}{E} - \frac{4\omega_0}{\omega} \right), \quad (10)$$

$K_u = 10^{-7} \hbar c^2$ – константа для согласования размерностей, \hbar [кэВ·с] – постоянная Планка, c [см/с] – скорость света, B [Т] – магнитная индукция, ω_0 и ω – энергии начального рассеянного фотона в [кэВ], m_e и E – масса и полная энергия электрона в [кэВ], ψ – вертикальный угол рассеяния, $Ai(u)$ – функция Эйри [2]. На Рис. 2 приведены различные распределения, основанные на формулах (8) и (9).

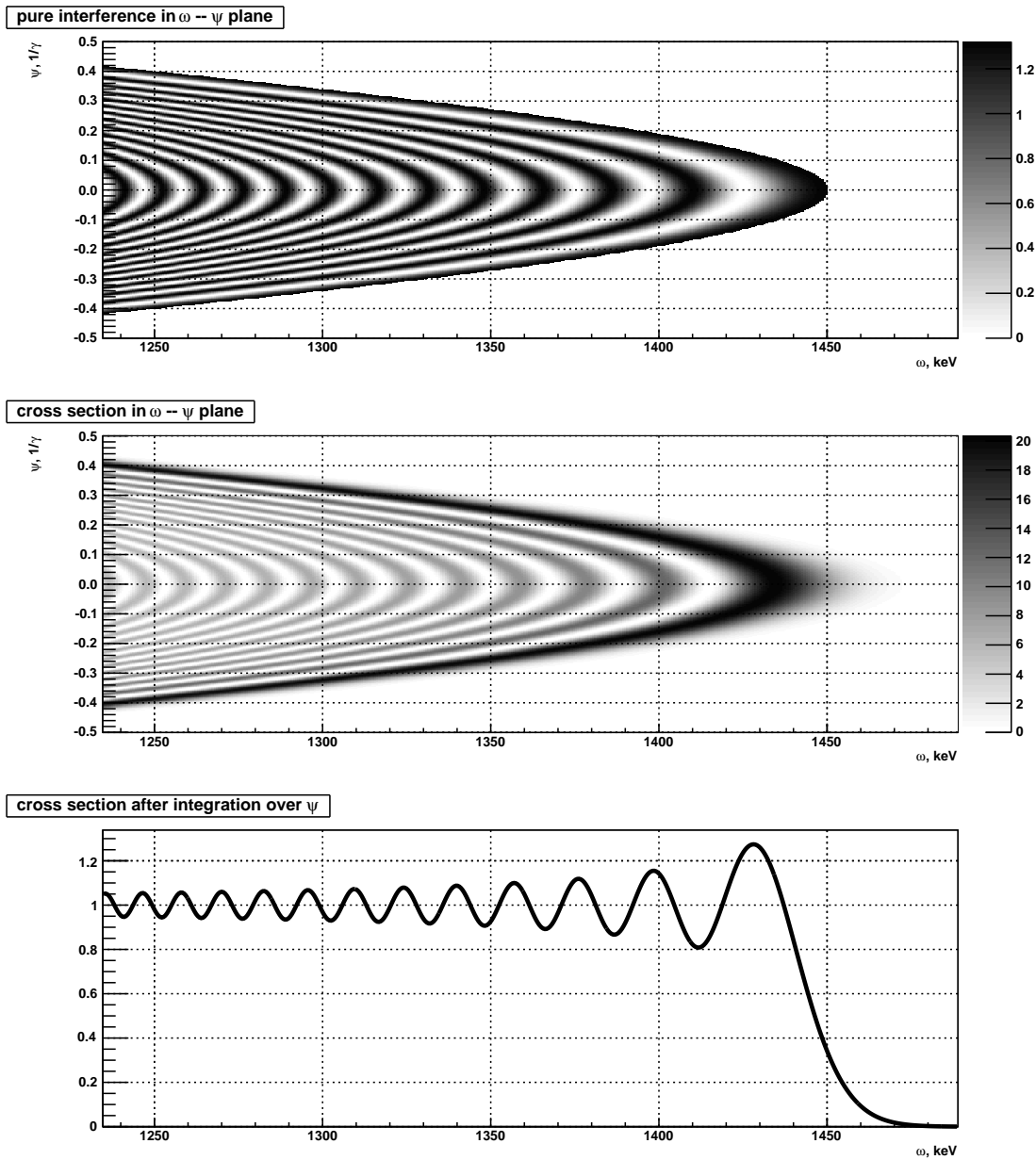


Рис. 2: Вверху: интерференция в плоскости $\omega - \psi$ (формула (8)). В центре – дифференциальное сечение рассеяния в плоскости $\omega - \psi$ (формула (9)). Внизу: интеграл по ψ от сечения на среднем графике. Параметры расчетов: $E = 900$ МэВ, радиус орбиты электрона $R = 140$ см, $\omega_0 = 0.117$ эВ.

В соответствии с [1], выражение (9) может быть аналитически проинтегрировано по углу ψ , что дает следующий результат:

$$\frac{d\dot{N}_\gamma}{d\omega} \propto \frac{1}{3} - \int_0^z Ai(z') dz', \quad (11)$$

где

$$z = \left(\frac{E\omega}{K_u B} \right)^{2/3} \left(\frac{m_e^2}{E^2} + \frac{4\omega_0}{E} - \frac{4\omega_0}{\omega} \right). \quad (12)$$

Для включения в задачу энергетического разброса в электронном пучке необходимо вычислить свертку:

$$\frac{d\dot{N}_\gamma}{d\omega} \propto \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}\right] d\delta \int_{z(\delta)}^{\infty} Ai(z') dz', \quad (13)$$

где δ и σ – отклонение энергии электрона от среднего значения и среднеквадратичная ширина распределения электронов по энергии (все в относительных единицах) соответственно, а

$$z(\delta) \simeq z - \frac{4}{3} \left(\frac{E\omega}{K_u B} \right)^{2/3} \left(\frac{m_e^2}{E^2} + \frac{2\omega_0}{\omega} \right) \delta \equiv z - a \frac{\delta}{\sigma}. \quad (14)$$

Выражение (14) справедливо для $a \ll 1$, тогда интеграл по $d\delta$ можно взять аналитически:

$$\frac{d\dot{N}_\gamma}{d\omega} \propto \exp\left(-\frac{a^6}{24}\right) \int_{z+a^4/4}^{\infty} \exp\left(\frac{z'^2 a^2}{2}\right) Ai(z') dz'. \quad (15)$$

На Рис. 3, Рис. 4 приведены графики функции (15), описывающей поведение сечения рассеяния вблизи верхней кинематической границы процесса. Сплошной линией на всех графиках показана функция с фиксированными параметрами: энергия электрона $E_{beam} = 900$ МэВ (без энергетического разброса), радиус орбиты электрона $R = 140$ см, энергия лазерного фотона $\omega_0 = 0.117065223$ эВ (линия 10P20 излучения CO_2 лазера). Пунктирной линией на каждом из графиков показана функция, при расчете которой изменялся один из параметров задачи.

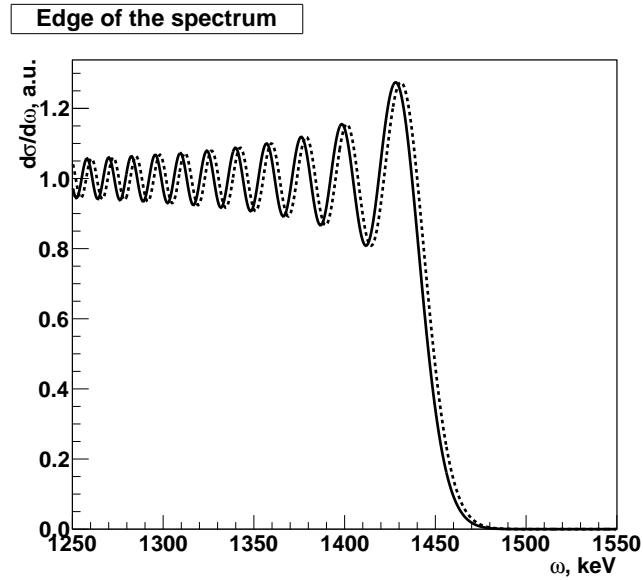


Рис. 3: Пунктирная линия соответствует случаю $E_{beam}^* = 1.001 \cdot E_{beam}$

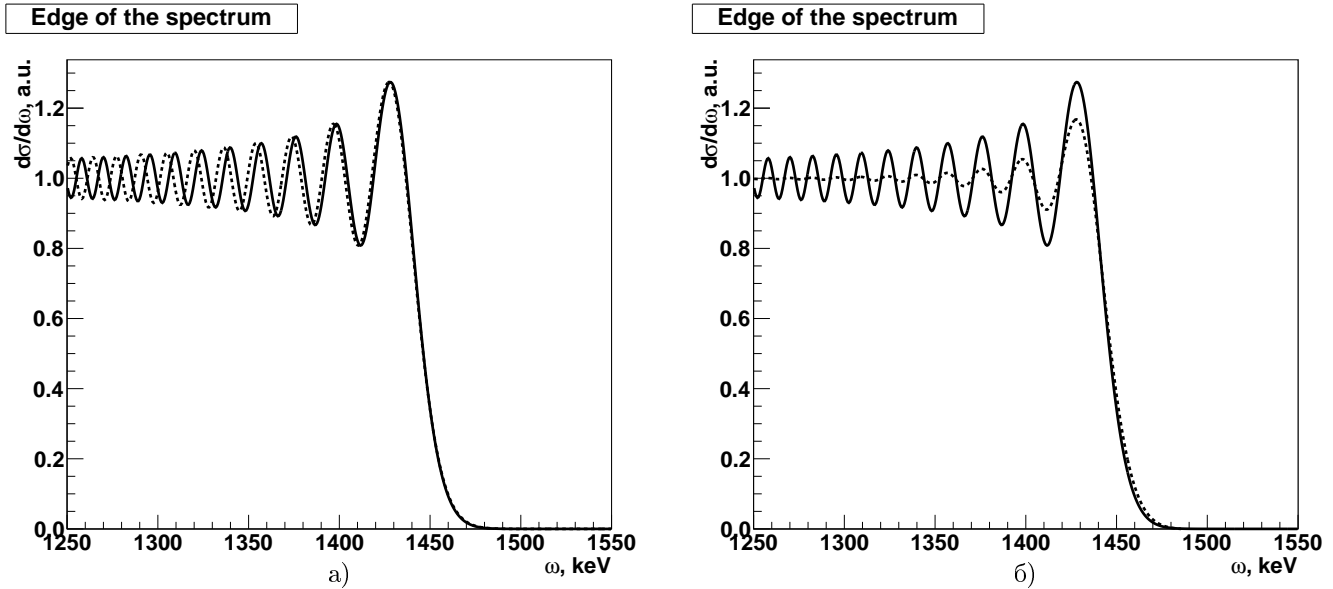


Рис. 4: а) Пунктирная линия соответствует изменению магнитного поля $B^* = 1.05B$. б) Пунктирная линия – учет энергетического разброса в соответствии с (15): $\sigma_{E_{beam}} = 0.002 \cdot E_{beam}$

На основе рассмотрения Рис. 3, Рис. 4 можно сделать качественные выводы:

- Энергия пучка определяет положение границы спектра рассеянных фотонов.
- Магнитное поле определяет период осцилляций в спектре.
- Энергетический разброс определяет амплитуду осцилляций: при нулевом разбросе она максимальна.

2.1 Квантовый эффект отдачи электрона

В формулах (10) и (12) в правой скобке уже учтен квантовый эффект отдачи электрона при излучении им гамма кванта. Это сделано из соображений, что в кинематическом диапазоне эксперимента эта поправка составляет $\Delta E/E \simeq 10^{-3}$, при том, что ожидаемая статистическая точность измерения энергии электронов как минимум на порядок выше. В нашем диапазоне параметров должна работать полуклассическая теория электромагнитного излучения [3]. В общем случае, выводы этой теории приводятся к интегралам Фурье классической теории излучения, однако, чтобы учесть отдачу электрона, нужно произвести замену $\omega \rightarrow \omega E/(E - \omega)$ везде в результатах классического расчёта. Эффект от введения этой поправки в левую скобку в формулах (10) и (12) будет продемонстрирован ниже.

3 Обзор экспериментальных данных

Для подгонки края спектра используются функция (15). Диапазон подгонки соответствует области, в которой влиянием процессов с неполным поглощением энергии гамма-квантов в HPGe детекторе на форму измеряемого спектра можно пренебречь. На всех приведенных ниже спектрах (Рис. 5, Рис. 6) зеленая линия – результат предварительной подгонки без учета энергетического разброса, красная – с его учётом. χ^2/NDF приведён для функции, учитывающей энергетический разброс. Методом подгонки определяются: энергия пучка, магнитное поле в области взаимодействия, энергетический разброс. Радиус орбиты в области взаимодействия вычисляется из измеренных значений энергии и магнитного поля.

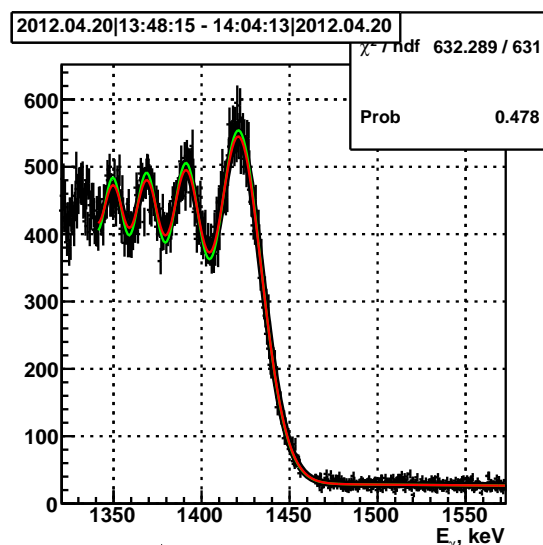
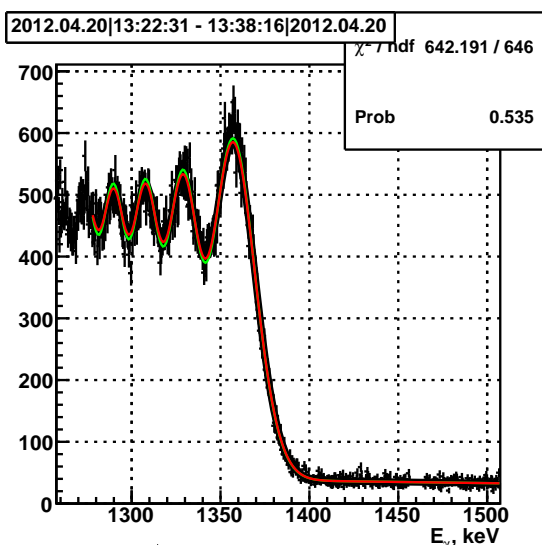
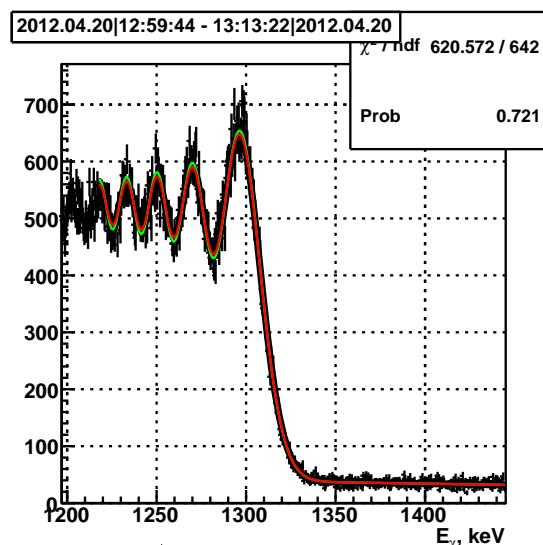
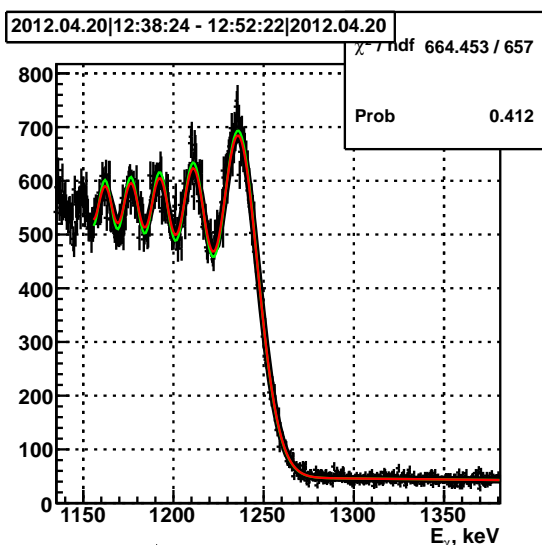
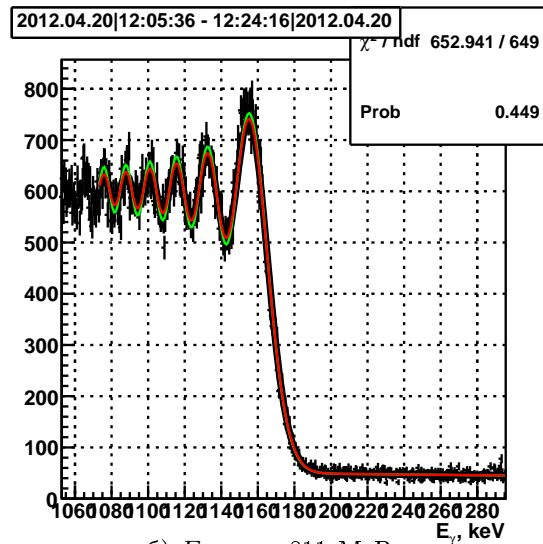
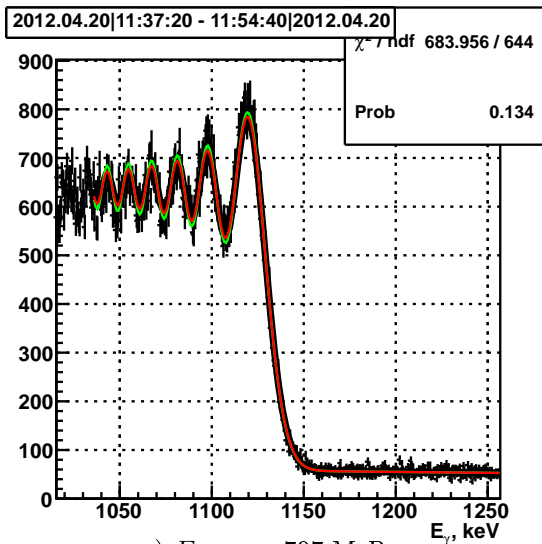


Рис. 5: Примеры экспериментальных спектров для разных энергий пучка.

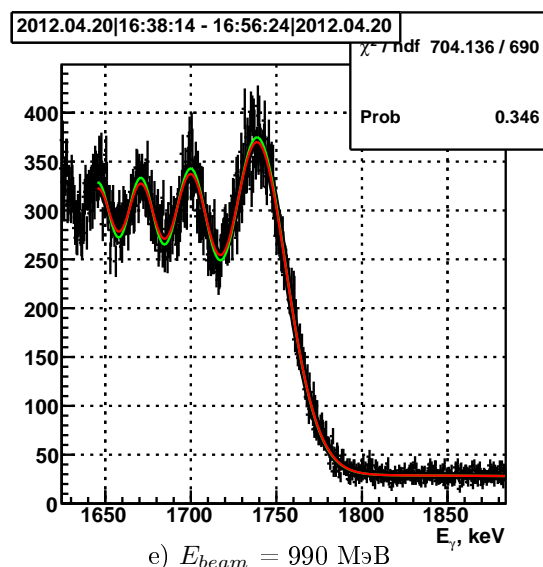
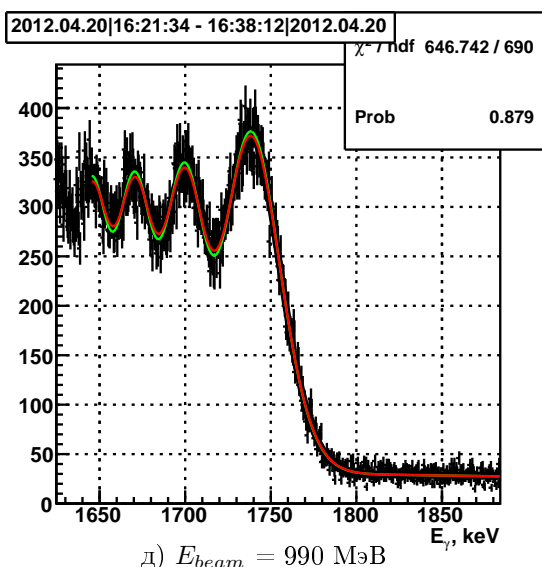
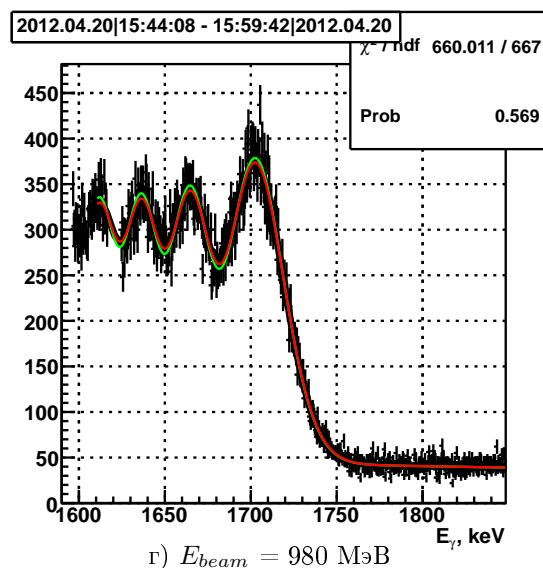
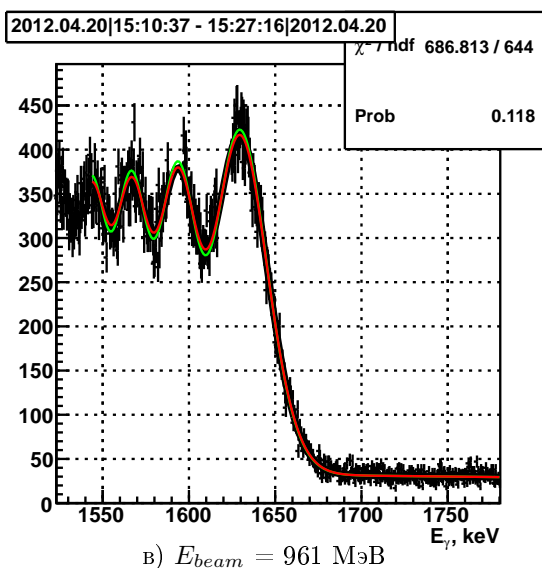
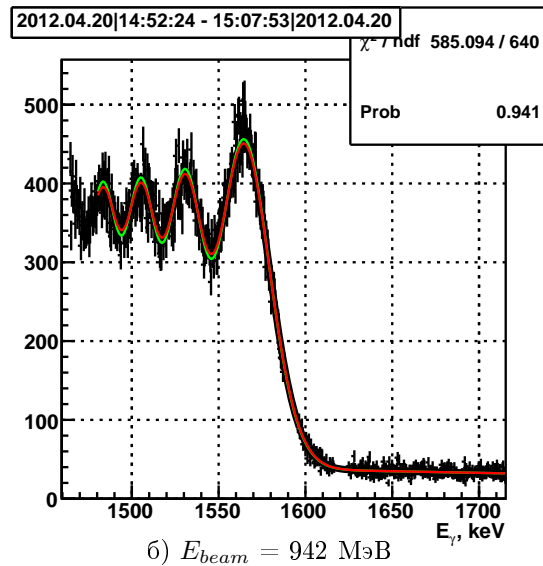
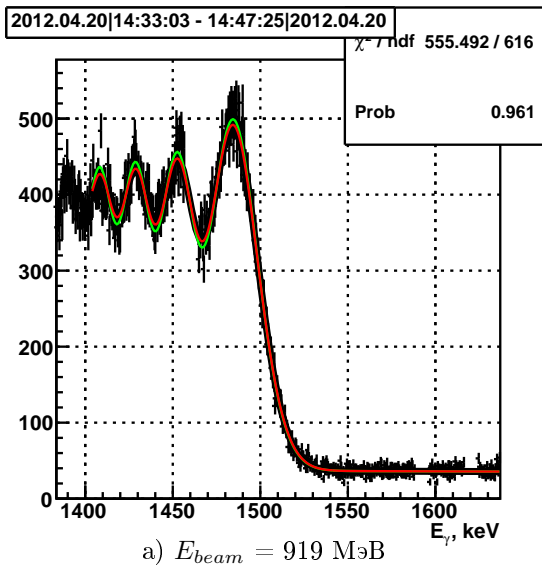


Рис. 6: Примеры экспериментальных спектров для разных энергий пучка.

4 Анализ полученных результатов

На ВЭПП-2000, предположительно¹, существует магнитная модель кольца, на основе которой для каждого момента времени определяется расчетная энергия пучка, E_{SET} . Поскольку система ОКР создавалась для точного измерения средней энергии электронов в пучке ВЭПП-2000, начнем анализ результатов с графика отклонения измеренной энергии ($E_{SET} - E_{CBS}$) от расчетной энергии. Как видно из Рис. 7, в диапазоне эксперимента это различие меняется в пределах ± 3 МэВ.

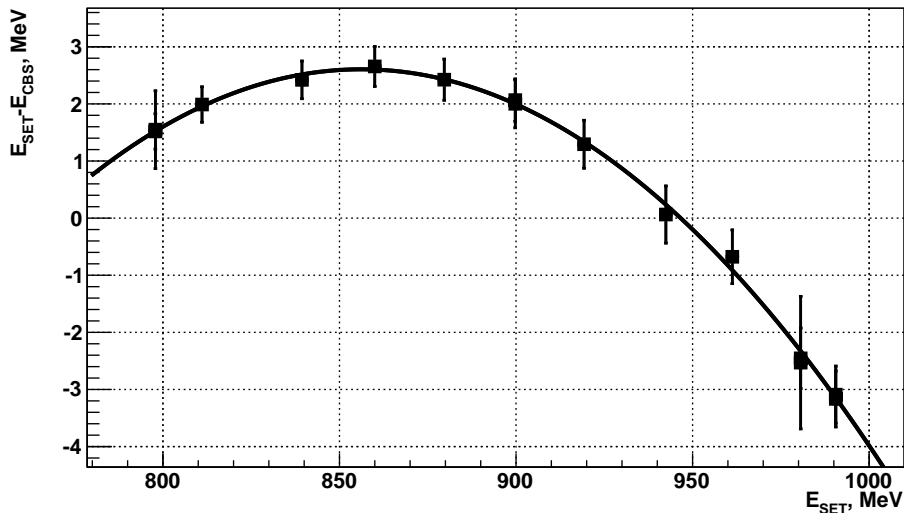


Рис. 7: Зависимость разницы модельной и измеренной энергии от модельной энергии. Для большей визуальной информативности графика, “усы” увеличены в 10 раз по сравнению со статистической ошибкой измерения.

Статистическая точность измерения энергии электронного пучка составляет 30-50 кэВ при времени измерения 15–20 минут, т.е. $\Delta E/E \sim 5 \cdot 10^{-5}$ в относительных единицах. В текущей экспериментальной ситуации ошибка измерения в основном определяется количеством зарегистрированных фотоотчетов в диапазоне подгонки на краю спектра. Точность абсолютной (!) калибровки энергетической шкалы HPGe спектрометра с помощью γ -активных изотопов дает пренебрежимо малый вклад в ошибку.

Далее приведем график зависимости измеренного энергетического разброса от энергии пучка. Как видно

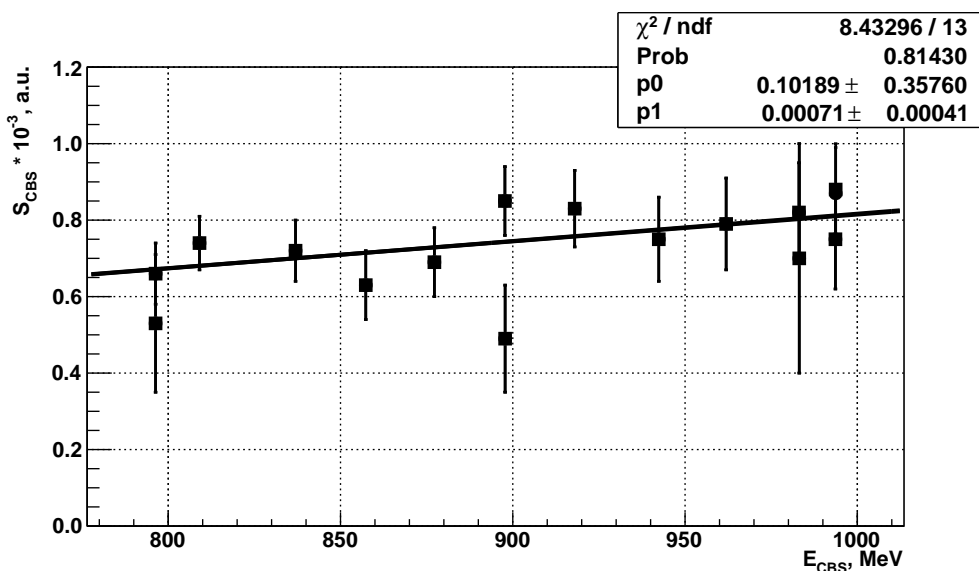


Рис. 8: Зависимость измеренного энергетического разброса от энергий пучка.

из Рис. 8, точность определения энергетического разброса составляет 10–15% при типичном времени набора спектров 15–20 минут (см. Рис. 5, 6). При этом сама зависимость близка к расчетной.

¹“предположительно” в том смысле, что процедура определения энергии пучка, ее алгоритм, коэффициенты, основные параметры и связи мне не известны.

Сравним результаты измерения магнитной индукции в области электрон фотонного взаимодействия, полученный путем подгонки спектра, с показаниями ЯМР-датчика в магните 3М1 ВЭПП-2000. Данные ЯМР измерений взяты из базы данных детектора СНД. На Рис. 9 показано отношение B_{CBS}/B_{NMR} . Начиная с этого графика, становится заметным отличие измеряемых величин в случае учета или не-учета в левой скобке формулы (12) эффекта квантовой отдачи электрона (см. параграф 2.1). На Рис. 9 и далее квадратики (■) соответствуют включению, кружки (●) – не-включению отдачи в левую скобку формулы (12). Заметим, что при определении энергии и энергетического разброса эта поправка не оказывает влияния на результат. Видно, что отношение B_{CBS}/B_{NMR} является константой с точностью, определяемой статистической ошибкой его измерения с помощью лазера $\sim 0.5\%$. При этом поле, измеренное методом ОКР, в среднем выше на $1.2 \pm 0.1\%$ ($1.0 \pm 0.1\%$ если не учитывать отдачу) чем показания ЯМР-датчика.

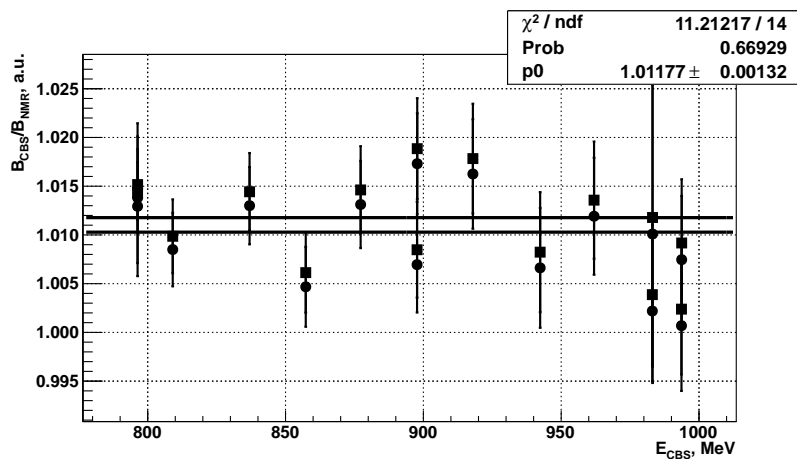


Рис. 9: Отношение измеренной с помощью лазера магнитной индукции к показаниям ЯМР-датчика в магните 3М1 в зависимости от энергии пучка.

Отличие измеренного поля от показаний ЯМР датчика в 1% вызывает определенные сомнения в правильности измерений. Тем не менее, такая же, по порядку величины, разница наблюдается и в отношении показаний датчиков ЯМР, которые установлены в каждом из дипольных магнитов ВЭПП-2000, друг к другу (см. Рис 10).

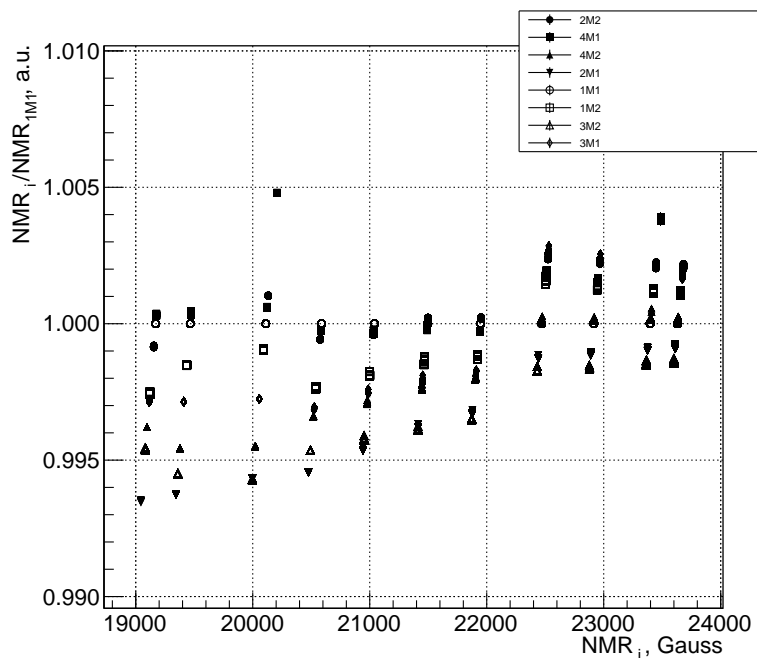


Рис. 10: Отношение измеренной ЯМР-датчиками магнитной индукции во всех магнитах ВЭПП-2000, к показаниям ЯМР-датчика в магните 1М1, в ходе описываемого эксперимента.

5 Радиус орбиты в дипольном магните

Если радиус орбиты электрона R измерять в сантиметрах, энергию электрона E в МэВ, а индукцию магнитного поля B – в Тесла, то они связаны между собой выражением:

$$\beta E = 2.99792458 * B * R . \quad (16)$$

Поскольку получающийся из измерений радиус орбиты электрона существенно отличается от проектного $R = 140$ см, остановимся на этом подробнее. Для начала посмотрим на поведение радиуса, определённого из расчетной энергии пучка и измерений магнитного поля в магните ЗМ1 с помощью ЯМР-датчика (Рис. 11):

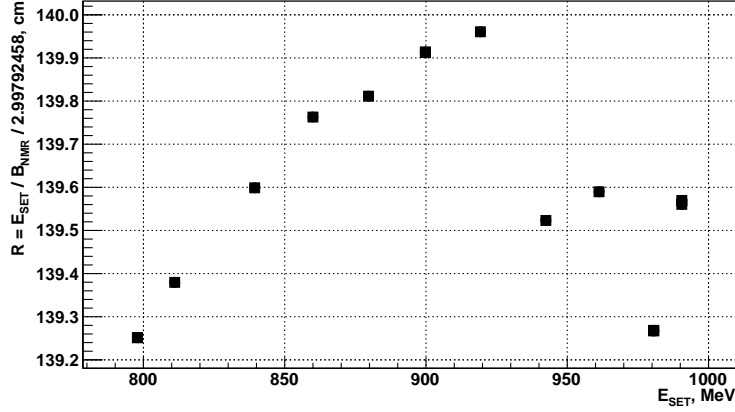


Рис. 11: Радиус орбиты, определённый из расчетной энергии пучка и измерений магнитного поля с помощью ЯМР-датчика в соответствии с (16), в зависимости от энергии электронного пучка.

Результаты измерений радиуса с помощью ОКР монитора энергии показаны на Рис 12.

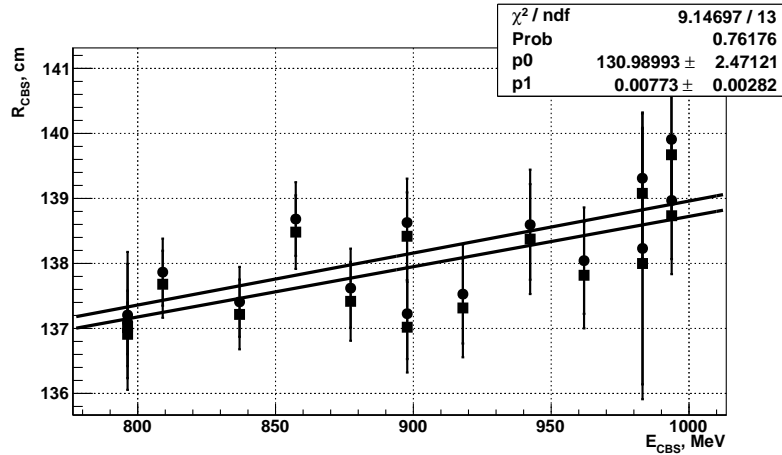


Рис. 12: Радиус орбиты, определённый из ОКР измерений энергии пучка и магнитного поля, в зависимости от энергии электронного пучка. Квадратики (■) соответствуют включению, кружки (●) – не-включению отдачи в левую скобку формулы (12).

Поскольку, как было замечено выше, ОКР измерения магнитного поля на $1 \pm 0.1\%$ выше, чем показания ЯМР-датчика, радиус на Рис. 12 сдвинулся бы на $\sim 1\%$ вверх, если использовать измеренную энергию пучка и величину поля, измеренную ЯМР-датчиком. Однако я думаю, что наиболее вероятной причиной отличия измерений магнитного поля двумя методами является его неоднородность внутри магнита.

Список литературы

- [1] Е. А. Переведенцев. Compton Backscattering in a Constant Magnetic Field.
- [2] http://ru.wikipedia.org/wiki/Функция_Эйри.
- [3] В. Н. Байер, В. М. Катков, В. С. Фадин. Излучение Релятивистских Электронов. Москва, Атомиздат, 1973.