Магнитный спектрометр и синхротронное излучение

Николай Мучной*

26 мая 2011 г.

Без учёта радиационного трения движение электрона с энергией E в поперечном магнитном поле определяется балансом между силой Лоренца и центробежным ускорением:

$$F_L \equiv e(\vec{v} \times \vec{B}) = F_c \equiv \frac{\gamma m v^2}{R} \,, \tag{1}$$

где e – элементарный заряд, m - масса электрона, $\vec{B}$ - магнитная индукция, $\vec{v}$ - скорость электрона, $\gamma = E/mc^2$ – Лоренц-фактор. Энергию будем измерять в электронвольтах, длину – в сантиметрах, а магнитную индукцию – в Тесла. Для ультрарелятивистского случая ($|v| = c, \gamma \gg 1$) радиус орбиты электрона определяется равенством:

$$R = K_L \cdot \frac{E}{B} \,, \tag{2}$$

где $K_L = 10^4/c \simeq 3.33564 \cdot 10^{-7}$ [Т $\cdot$ см $\cdot$ эВ$^{-1}$]. Электрон теряет энергию на синхротронное излучение:

$$\frac{\partial E}{\partial t} = -\frac{2}{3}\alpha\hbar c\frac{\gamma^4}{R^2} \,, \tag{3}$$

где α – постоянная тонкой структуры, $\hbar$ – постоянная Планка. Подставляя (2) в (3) мы получим:

$$\frac{\partial E}{\partial t} = -K_{sr} \cdot E^2 \cdot B^2 \,, \tag{4}$$

где $K_{sr} = (2/3) \cdot \alpha \cdot \hbar \cdot (c/m)^4 \cdot 10^{-8} \simeq 3.79352 \cdot 10^{-7} [\mathrm{s}^{-1} \cdot \mathrm{eV}^{-1} \cdot \mathrm{T}^{-2}]$.

*muchnoi@inp.nsk.su

Решение этого дифференциального уравнения описывает изменение энергии электрона во времени:

$$E(t) = \frac{E_0}{1 + K_{sr} B^2 E_0 t} \; ; \tag{5}$$

где E_0 – начальная энергия электрона. Движение электрона в поперечном магнитном поле будет менять его орбитальный угол:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{c}{R(E(t))} = \frac{cB}{K_L E_0} + \frac{cB^3 K_{sr} t}{K_L} \, . \tag{6}$$

Решая (6) имеем:

$$\theta(t) = \theta_0 + \frac{cB}{K_L E_0} \cdot t + \frac{cB^3 K_{sr}}{2K_L} t^2 \, . \tag{7}$$

Выводы

- Без учёта радиационного трения угол поворота электрона в магните определяется его (начальной) энергией, E_0.

- Дополнительный угол поворота электрона, возникающий при учёте потерь энергии на СИ, не зависит от его начальной энергии.