

Вклад Комптоновского рассеяния в излучение вигглера на ВЭПП-3

Николай Мучной

13 апреля 2010 г.

В нижеследующем тексте произведена количественная оценка эффекта комптоновского рассеяния фотонов синхротронного излучения, рождённых электронным пучком в магнитном поле вигглера, на этом же пучке. Предположительно, эффект может являться источником фотонов больших энергий.

1 Вигглер

Рассмотрим вигглер с полем

$$B_x(z) = \begin{cases} B_0; & 0 < z \leq L \\ -B_0; & L < z \leq 3L \\ B_0; & 3L < z \leq 4L \end{cases} \quad (1)$$

где $B_0=2$ Т, $L=23$ см, z – расстояние вдоль оси вигглера. Траектория пучка показана на Рис. 1. Радиус поворота электрона с энергией $\varepsilon = 2$ ГэВ составит $R_0=333.56$ см. Прямыми

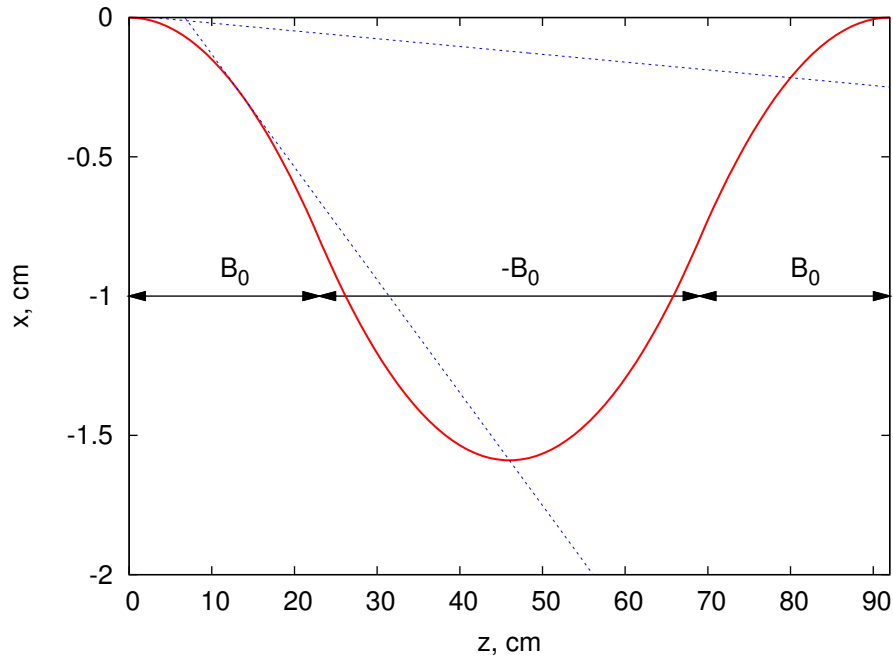


Рис. 1: Траектория пучка с энергией 2 ГэВ

линиями на Рис. 1 показаны касательные к траектории в точках $z \simeq 1$ см и $z \simeq 14$ см.

Фотоны СИ, испущенные в направлениях, ограниченных этими линиями, пересекутся с электронным пучком в точках от $z \simeq 46$ см до $z \simeq 80$ см, причём разность длины траекторий фотонов и электронов составит от $\Delta L \simeq 0.15$ см до $\Delta L \simeq 0.8$ см соответственно.

Поскольку длина электронного сгустка составляет $\sigma_l \simeq 10$ см, излучённые пучком фотоны синхротронного излучения могут претерпевать комптоновское рассеяние на этом же пучке. Оценим величину эффекта и его свойства.

Средняя энергия фотонов СИ:

$$\omega_c = \frac{3}{2} \gamma^3 \frac{\hbar c}{R_0}, \quad (2)$$

где γ – релятивистский фактор электрона. В нашем примере $\omega_c \simeq 5.32$ кэВ. Угол поворота траектории пучка (от $z \simeq 1$ см до $z \simeq 14$ см) составит $\Theta \simeq 40$ мрад, и среднее число фотонов СИ, испущенных одним электроном, определяется выражением:

$$N = \frac{5\pi}{\sqrt{3}} \gamma \alpha \frac{\Theta}{2\pi} \simeq 1.67 \text{ штук} \quad (3)$$

Угловое распределение излученных фотонов можно приблизительно описать эллипсом с полуосями

$$\theta_x = \frac{1}{2} \Theta \simeq 20 \cdot 10^{-3}; \quad \theta_y = \frac{1}{2\gamma} \simeq 0.13 \cdot 10^{-3} \quad (4)$$

Площадь «пятна» фотонов СИ в месте предполагаемого рассеяния составит:

$$S_{ph} = \pi \cdot (60 \text{ см})^2 \cdot \theta_x \cdot \theta_y \simeq 0.029 \text{ см}^2 \quad (5)$$

Плотность фотонной мишени, создаваемая каждым электроном пучка, $n_\gamma = N/S_{ph} \simeq 57$ фотонов на квадратный сантиметр. Угол пересечения траекторий фотонов и электронов (см. Рис. 1) определит средний угол взаимодействия фотона с электроном $\alpha \simeq \Theta$.

2 Комптоновское рассеяние

2.1 Кинематика

Максимальная энергия рассеянного фотона ω_{max} соответствует направлению импульса начального электрона:

$$\omega_{max} = \omega_0 \frac{1 - \beta \cos \alpha}{1 - \beta + \frac{\omega_0}{\varepsilon} (1 - \cos \alpha)}, \quad (6)$$

где α – угол между импульсами частиц до рассеяния, ε и ω_0 – энергии электрона и фотона до рассеяния, $\beta = v/c$. В случае рассеяния фотонов малой энергии на ультрарелятивистском электроном ($\varepsilon \gg m \gg \omega_0$) выражение (6) может быть переписано как:

$$\omega_{max} \simeq \frac{\varepsilon^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} + \frac{m^2}{4} \cos \alpha}{\varepsilon \sin^2 \frac{\alpha}{2} + \frac{m^2}{4\omega_0}}. \quad (7)$$

Здесь m – масса электрона ($c=1$). Если $\alpha = 0$ (фотон «догоняет» электрон сзади) из выражения (7) получаем $\omega_{max} = \omega_0$. Второе слагаемое в числителе может быть опущено

для относительно больших углов α ($\alpha > 1/\gamma$), в этом случае (7) запишется в виде:

$$\omega_{max} \simeq \frac{\varepsilon^2}{\varepsilon + \frac{m^2}{4\omega_0 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}} = \varepsilon \frac{\lambda}{1 + \lambda}, \quad (8)$$

где λ – безразмерный параметр процесса $\lambda = \frac{4\omega_0\varepsilon}{m^2} \sin^2(\frac{\alpha}{2})$. В нашем случае ($\varepsilon = 2$ ГэВ, $\omega_0 = \omega_c = 5.3$ кэВ, $\alpha = \Theta = 40$ мрад) $\lambda \simeq 0.26$. При малых λ полное сечение рассеяния близко к Томсоновскому $\sigma_{Thomson} = 0.665$ барн. Зависимость максимальной энергии рассеянного фотона от угла встречи показана на Рис. 2.

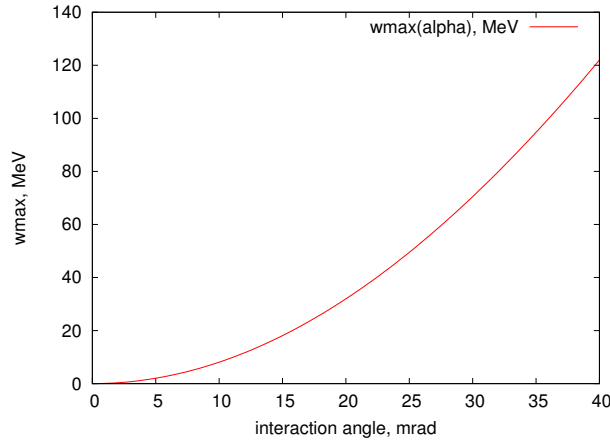


Рис. 2: Зависимость максимальной энергии рассеянного фотона от угла встречи для $\omega_0 = \omega_c = 5.3$ кэВ, $\varepsilon = E_0 = 2$ ГэВ

2.2 Интенсивность

Для того, чтобы оценить интенсивность процесса, возьмём электронный банч, в котором содержится N_e частиц, а площадь поперечного сечения пучка $S_e = \pi\sigma_x\sigma_y < S_{ph}$. В направлении распространения плотность электронов опишем распределением:

$$\rho_e = \frac{N_e}{\sqrt{2\pi}\sigma_l} \exp\left(-\frac{(s - ct)^2}{2\sigma_l^2}\right) \quad (9)$$

Пусть w – вероятность того, что электрон испускает фотон СИ на некотором участке своей траектории. Тогда электронный банч рождает банч фотонов, который можно описать как:

$$\rho_\gamma = \frac{w \cdot N_e}{\sqrt{2\pi}\sigma_l} \exp\left(-\frac{(s + \Delta(z) - ct)^2}{2\sigma_l^2}\right); \quad (10)$$

где w – вероятность для электрона излучить фотон СИ, $\Delta(z) > 0$ – разность длин пути электрона и фотона от точки излучения до места предполагаемого рассеяния (для простоты считаем пучки коллинеарными). Интеграл произведения плотностей (надо проверить):

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \rho_e \rho_\gamma ds d(ct) = \frac{w N e^2}{\sqrt{3}} \exp\left\{-\frac{\Delta(z)^2}{6\sigma_l^2}\right\} \quad (11)$$

Для «честного» расчёта светимости на одно столкновение L_{sc} нужно посчитать интеграл

$$L_{sc} = \int S dt dx dy dz ; \text{ где } S = \rho_e \rho_\gamma \sqrt{(\vec{v}_e - \vec{v}_\gamma)^2 - \frac{(\vec{v}_e \times \vec{v}_\gamma)^2}{c^2}} \quad (12)$$

Если считать, что $|\vec{v}_e| = |\vec{v}_\gamma| = c$, угол между импульсами частиц равен α , корень в (12) даёт множитель к светимости $(1 - \cos \alpha)$. Тогда для $\alpha = \Theta$, $\Delta \ll \sigma_l$, число комптоновских квантов на один пролёт электронного банча через вигглер будет:

$$N_\gamma \simeq \frac{w N_e^2}{\sqrt{3} S_{ph}} (1 - \cos \Theta) \cdot \sigma_{Thomson} \quad (13)$$

В нашем случае $w = N = 1.67$, $S_{ph} = 0.029 \text{ см}^2$, $N_e = 1.5 \cdot 10^{11}$ (ток ВЭПП-3 $I_e = 100 \text{ мА}$). Тогда $N_\gamma = 7.5 \cdot 10^{-4}$. Столько комптоновских квантов образуется за один пролёт пучка через вигглер. Умножив на частоту обращения пучка $f = 4 \text{ МГц}$ получим $\simeq 3000$ комптоновских квантов в секунду.