

Безумная лесопилка

Вилли Вернер ван Роосбрук

(Physical Review, V.139 № 5A) 13 апреля 1965 г.

Аннотация

Выход вторичной ионизации и отношение дисперсии к среднему выходу (фактор Фано) связаны простой статистической моделью. Эта модель применима почти независимо от деталей физики, хотя введение в нее уточнений зонной структуры было бы несложным. Модель описана в терминологии эквивалентной задачи, которая сформулирована и названа «безумной лесопилкой». Аналитические результаты хорошо согласуются с Монте-Карло моделированием. Статистика в основном определяется при энергии вторичных частиц всего в несколько порогов ионизации, выше которой выход вторичной ионизации растёт линейно с энергией, с таким же порогом как и средняя конечная энергия, или же энергия вторичной частицы, если она не может производить дальнейшую ионизацию. Предельный относительный выход, равный отношению порога ионизации к средней энергии, приходящейся на электрон-дырочную пару, и фактор Фано приведены в зависимости от потерь на оптические фононы. Предельный случай передачи энергии очень многим фононам с очень малой энергией обычно обеспечивает хорошее приближение, так что результаты применимы также к любым видам фононов. Также рассматриваются наглядно простые случаи, в том числе одномерная задача заполнения пространства, известная как «задача парковки». Теоретический выход использован для аппроксимации данных Вавилова по повышенному квантовому выходу в кремнии, также рассмотрены некоторые физические последствия.

1 Введение

Частицы высокой энергии, падающие на полупроводник, производят вторичные электроны и дырки через процесс ветвления. Если поглотитель достаточно толстый, чтобы остановить все падающие частицы, выход вторичных частиц служит для определения начальной энергии. Точность измерения ограничена дисперсией количества зарядов при повторяющихся измерениях.

Отношение дисперсии к выходу, или фактор Фано, равен единице в случае распределения Пуассона, которое применяется, если конечные ионизации являются по существу независимыми событиями. Такая независимость в принципе может возникнуть через различные механизмы потерь, в которых число частиц вторичной ионизации относительно мало. Распределение Пуассона соответствует фиксированному математическому ожиданию результата с очень малой вероятностью в очень многих испытаниях. Но механизмы потерь на практике другие, и скорее взаимозависимость, чем независимость, является основным стохастическим характером ионизация в толстом поглотителе. Соответственно, коэффициенты Фано меньше единицы, и значения меньше 0.5 наблюдались в кремнии, например, Бланкеншипом, Мруком и другими.

Число носителей заряда, его дисперсия и фактор Фано действительно связаны простой феноменологической статистической моделью. Эта модель работает почти независимо от деталей физики. Более точное рассмотрение, основанное на зонной структуре, приведет лишь к уточнению численных результатов, и его вполне можно оставить как отдельную дополнительную проблему. Модель удобно описывать в терминологии эквивалентной задачи, которая формулируется и называется «безумная лесопилка». Показано, эта модель приводит к получению факторов Фано значительно меньших единицы и согласуется с пропорциональностью наблюдаемого выхода падающей энергии в широком диапазоне, независимо от природы падающих частиц. Это подтверждает предположение о том, что на выход и

фактор Фано должно сильно влиять просто то обстоятельство, что вся энергия поглощается в полупроводнике.

То есть, когда процесс ветвления продолжается до тех пор, пока энергия большинства вторичных цепей не превысит порог ионизации всего в несколько раз, тогда фактически и возникает энергетическое ограничение. Это приводит к заметной генерации дальнейших вторичных частиц с энергиями ниже порога ионизации, так что средний выход вторичных частиц за одно столкновение падает. Таким образом, выход вторичной ионизации и фактор Фано определяются в основном на заключительных стадиях процесса ветвления, когда и генерируется большая часть пар носителей заряда. Поэтому большинство отдельных ионизаций следует рассматривать как события, определенным образом взаимозависимые.

2 «Безумная лесопилка»

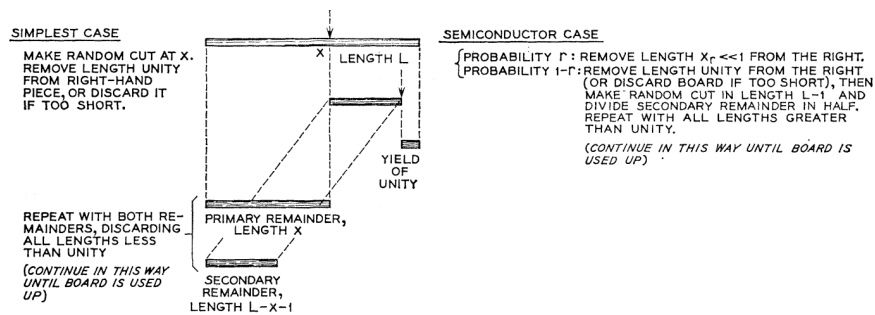


Рис. 1: Алгоритм «безумная лесопилка».

Простой случай

Метод «безумной лесопилки» проиллюстрирован Рис. 1. Сначала рассматривается простой случай со вторичными частицами только одного типа (без фононов). Длина доски L соответствует энергии налетающей частицы в единицах порога ионизации. Доски единичной длины получают с помощью крайне расточительной процедуры: сначала делается случайный разрез всей доски, затем от получившейся правой части отрезается доска единичной длины (если она достаточно длинная), затем делаются случайные разрезы в двух остатках и так далее, отбрасывая все длины меньше единицы, пока доска не будет израсходована. Длина правого отрезка доски представляет собой энергию, поглощенную при столкновении, а именно случайную долю падающей энергии. Длина левого отрезка, или первичный остаток, представляет собой энергию, оставшуюся у падающей частицы. Отрезок единичной длины представляет собой поглощение пороговой энергии ионизации и, следовательно, выход вторичной частицы. Оставшаяся часть правого отрезка представляет собой энергию вторичной частицы. Очевидно что при больших L потери на начальных стадиях незначительны и становятся заметными только тогда, когда длина остатков составляет всего несколько единиц.

Полупроводник

Для полупроводников этот простой случай расширен, чтобы учесть вторичные электроны, дырки и потери на оптические фононы. В этом случае, как показано внизу Рис. 1, «безумная лесопилка» предполагает вероятность r того, что с правого конца будет отрезан небольшой кусок длиной x_r . Этот отрез описывает генерацию оптического фонона, $x_r = E_R/E_i$ – энергия рамановского фонона, деленная на пороговую энергию ионизации. Единица длины удаляется с правого конца с вероятностью (ионизации) $1-r$, затем производится новый случайный разрез доски. Полученный вторичный остаток теперь, в простейшем предположении, делится пополам, распределяя поровну оставшуюся энергию между вторичным электроном и дыркой. Вероятность r применима только для длин, превышающих единицу, так как описывает генерацию оптического фонона частицей, энергия которой достаточна для образования пар зарядов.