Количество ионизации, производимой излучением. II. Флуктуации числа ионов.

У. Фано
(Получено 7 марта 1947 г.)

30 марта 2024 г.

Аннотация

Ионизация, производимая одиночными быстрыми заряженными частицами, часто используется для измерения их начальной энергии, а эффекты статистических флуктуаций устанавливают теоретический предел на точность этого метода. Здесь выводятся формулы для оценки статистических флуктуаций количества ионов, произведённых при фиксированных значениях энергии излучения. Полученные вариации количества носителей заряда оказываются в два – три раза меньше чем если бы их значение определялось распределением Пуассона. Получено углублённое понимание статистического рассмотрения эффекта флуктуаций.

1 Введение

Количество ионных пар J, произведённое в объеме газа вследствие поглощения ионизирующего излучения прямо пропорционально количеству поглощённой энергии V. Отношение V/J обычно составляет 30 – 35 эВ по порядку величины, очень слабо зависит от типа ионизирующего излучения и сравнительно слабо от состава газа. Этот вопрос обсуждался в недавно вышедшей работе [I].

Постоянство отношения V/J часто используется для получения экспериментальной оценки V по измеренному значению J, умноженному на параметр ϵ. Этот параметр равен отношению средних значений V и J, полученному в результате большого количества измерений, проведённых в сопоставимых условиях.

Даже если все соответствующие физические факторы, включая V, являются константами, число J подвержено статистическим флуктуациям. Знание меры этих флуктуаций, определяющее предельную точность экспериментальных методик, представляет собой интерес, когда, например, ионизация, производимая отдельными частицами, используется для измерения их начальной энергии, как любезно сообщил автору доктор R. G. Sachs. В настоящей работе вычисляется приблизительная теоретическая оценка этого эффекта. А именно, предлагается оценить вариации числа J в условиях, когда потери энергии V имеют фиксированное значение V_0, то есть определить математическое ожидание величины $(J - J_0)^2$, где $J_0 = V_0/\epsilon$ есть математическое ожидание величины J в рассматриваемых условиях.

2 Статистическое рассмотрение

Производство измеримого числа ионизаций подразумевает большое количество элементарных процессов. Следовательно, первой задачей является представление вариаций J через определённые свойства одиночных элементарных процессов. Например, можно рассмотреть в качестве такого процесса воздействие быстрой заряженной частицы на молекулу газа.

Легко получит вероятность того, что J принимает любое заданное значение после *фиксированного количества воздействий*, либо после того, как частица преодолела *фиксированную длину трека*, в таких условиях полная энергия V, потерянная частицей, будет подвержена *флуктуациям*, так же как и J. Нас же в данном случае интересует случай *зафиксированной потери энергии*, $V = V_0$, в котором флуктуациям подвержены *длина трека* и *количество соударений*, то есть нужно провести дополнительные исследования, чтобы получить распределение вероятностей для J.

Эта проблема аналогична вопросу о рассеянии альфа-частиц, который решается благодаря следующим соображениям: если частица потеряла энергию V вместо ожидаемого значения V_0, преодолев расстояние l, она ожидаемо потеряет энергию V_0, преодолев расстояние $l + \Delta l$, где $\Delta l = l(V_0 - V)/V_0$. Хотя флуктуации энергетических потерь здесь вроде бы не рассматриваются, они обнаруживают себя поскольку Δl может иметь как положительные так и отрицательные значения. По аналогии, если частице случилось произвести J ионизаций на дистанции l, потеряв энергию V, она произведёт $\Delta J = (V_0 - V)/\epsilon$ ионизаций на дистанции Δl. Следовательно, возможная флуктуация J для фиксированного V_0, а именно $(J + \Delta J) - J_0$ будет равна, хотя бы приблизительно, флуктуации $J - V/\epsilon$ для фиксированной длины l, вероятность которого можно легко рассчитать. Существенным моментом является то, что $J - V/\epsilon$:

(а) Совпадает с $J - J_0$ если $V = V_0$.

(б) Имеет *нулевое среднее значение*, следовательно, его вариации вдоль коротких отрезков трека можно проигнорировать, а среднеквадратичное отклонение должно иметь, хотя бы приблизительно, одинаковую величину как при фиксированном l (или фиксированном числе соударений), так и при фиксированном $V = V_0$.

Пусть n_p и E_p – число ионизаций и потерянная энергия в результате p-го взаимодействия в серии из N взаимодействий частицы с веществом, происходящих в одинаковых условиях, тогда их средние значения $\bar{n}_p = \bar{n}$ и $\bar{E}_p = \bar{E}$ не зависят от p, и

$$J = \sum_{p=1}^{N} n_p, \quad V = \sum_{p=1}^{N} E_p, \quad \epsilon = \bar{E}/\bar{n}. \tag{1}$$

Поскольку результаты этих взаимодействий независимы друг от друга, среднее значение $(J - V/\epsilon)^2 = [\sum_p (n_p - E_p/\epsilon)]^2$ получается путём суммирования средних значений $(n_p - E_p/\epsilon)^2$ в каждом взаимодействии, которые также не зависят от p. Следовательно, для фиксированного значения $N = V_0/\bar{E} = J_0/\bar{n}$, искомая вариация даётся выражением:

$$\sigma_J^2 = \langle (J - V/\epsilon)^2 \rangle = N \langle (n - E/\epsilon)^2 \rangle = F J_0, \tag{2}$$

где

$$F = \langle (n - E/\epsilon)^2 \rangle / \bar{n}. \tag{3}$$

Независимые математические исследования величины

$$X = \sum_{p=1}^{N} x_p, \tag{4}$$

где x_p являются независимыми случайными величинами, подчиняющимися одному и тому же распределению вероятностей, в котором $\bar{x}_p = 0$, показывают, что $\bar{X} = 0$ и $\langle X^2 \rangle = \bar{N} \langle x^2 \rangle$, *даже когда N не является константой и имеет собственные флуктуации*, требуя только лишь чтобы $\bar{N}$ и $\langle N^2 \rangle$ были конечными величинами. Это обстоятельство подтверждает, что вариации J при фиксированном $V = V_0$ описываются уравнением (2) *математически точно*, даже когда количество привлечённых элементарных процессов невелико. Оно также подтверждает, что формула Бора для рассеяния имеет такой же широкий диапазон применимости и может быть выведена непосредственно из вариации величины $l - V/B$ (B – тормозящая сила), среднее значение которой равно нулю.

3 Рассмотрение вторичной ионизации

Метод, предложенный в четвёртом разделе работы [I], предлагает рассматривать каждое неупругое воздействие, испытанное молекулами газа, как элементарный процесс, независимо от того, является ли налетающая частица быстрой или медленной, "первичной" или "вторичной". Используемое приближение состоит в предположении, что отношение между сечениями различных видов взаимодействия не зависят от скорости и природы налетающей частицы. Хотя это предположение и не выполняется в полной мере, оно предлагает удобный базис для дальнейшего рассмотрения.

Обозначим как s_j сечение процесса, который переводит молекулу в j-е возбуждённое состояние, E_j есть поглощённая молекулой энергия, включая все её электроны. Следуя обозначениям из [I], состояние j индексируется как:

(e) если $E_j < I$, где I – первый потенциал ионизации (возбуждение без ионизации),

($i1$) если $I \leq E_j < 2I$ (излучается электрон, неспособный произвести дальнейшую ионизацию),

($i2$) если $E_j \geq 2I$ (излучается электрон с энергией $E_j - I$, способный произвести дальнейшую ионизацию).

Теперь можно применить результаты предыдущего раздела, учитывая что:

(а) число ионизаций на одно взаимодействие если $n_j = 0$ в случае (e), $n_j = 1$ в случаях ($i1, i2$).

(б) Энергия, потерянная ионизирующим излучением в случае $i2$ равна I, поскольку $E_j - I$ может быть использована для последующей ионизации.

Тогда:

$$F = \frac{\sum_j^{(e)} s_j(E_j/\epsilon)^2 + \sum_j^{(i1)} s_j(1 - E_j/\epsilon)^2 + \sum_j^{(i2)} s_j(1 - I/\epsilon)^2}{\sum_j^{(i1,i2)} s_j}. \quad (3')$$